Mathematische Probleme in der Einstein – de Sitter Kontroverse

Stefan Röhle
Johannes Gutenberg – Universität Mainz
Fachbereich Mathematik
roehle@uni-mainz.de

Mit einem Vorwort von David E. Rowe

On the Early Reception of Einstein's General Theory of Relativity
Introductory Remarks on the Studies
by Gunter Kohl, Stefan Röhle and Lars Rosenberger

David E. Rowe

The Einstein centennial celebrations in 1979 gave scholars from several different disciplines the opportunity to reflect on the man, his achievements, and his influence on twentieth-century thought.[1] Few who took part in the events of that year, however, were likely to have imagined that during the decades following Einstein studies would surge forward at an unprecedented pace. Since 1979 a wealth of new source material has been brought to light, most notably in the first eight volumes of the *Collected Papers of Albert Einstein* (*CPAE*). Alongside these volumes several historical studies on the general theory of relativity have also appeared, and GRT has been the subject of numerous books, journal articles, and papers published in the volumes of *Einstein Studies*. The Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte has played a major role in promoting historical research on Einstein and relativity theory. Many leading experts have participated in on-going projects sponsored by the MPI, a major focus of which has been Einstein's long, excruciating journey leading up to his presentation of a generally covariant theory of gravitation in 1916.[2] In the context of this principal endeavor, the MPI-Preprint Series has presented several important studies related to general relativity.[3]

Einstein's own contributions to general relativity from the period 1918 to 1921 are now easily accessible through the recently published seventh volume of the *CPAE*. This opens with his second, definitive paper on gravitational waves, and ends with the published version of his Princeton lectures from May 1921. In contrast with Volume 6, which contains Einstein's foundational papers on general relativity from 1914 to 1917, the writings in Volume 7 reveal that by 1918 he was no longer working in virtual isolation, a circumstance he had often complained about up until the very end of 1915. In the course of just two years this situation had changed dramatically. Indeed, by 1918 most of Einstein's contributions to general relativity were written, at least in part, as responses to the work of others, including David Hilbert, H. A. Lorentz, Hermann Weyl, Erwin Schrödinger, Erich Kretschmann, Tullio Levi-Civita, and Felix Klein. Both the writings in volume 7 as well as Einstein's correspondence from this period reflect a major shift in the early reception of general relativity. Thus, well before its public triumph in November 1919 as a result of the British

[1] The most ambitious of these was the Jerusalem Einstein Centennial Symposium, which led to the collection of essays *Albert Einstein, Historical and Cultural Perspectives*, ed. Gerald Holton and Yehuda Elkana, Princeton: Princeton University Press, 1982.

[2] The results will appear in Jürgen Renn, Tilman Sauer, Michel Janssen, John Norton, John Stachel, *The Genesis of General Relativity: Documents and Interpretation*. Vol. 1. *General Relativity in the Making: Einstein's Zurich Notebook.* Dordrecht: Kluwer. Earlier studies by those in the Berlin group include John Norton, ''How Einstein Found his Field Equations, 1912–1915,'' *Historical Studies in the Physical Sciences* 14 (1984): 253–316; reprinted in Don Howard and John Stachel, eds. *Einstein and the History of General Relativity,* Einstein Studies, Vol. 1 (Boston: Birkhäuser, 1989), pp. 101–159; John Stachel, ''Einstein's Search for General Covariance, 1912–1915,'' in *ES*, Vol. 1, pp. 62–100; Michel Janssen, ''Rotation as the Nemesis of Einstein's Entwurf Theory,'' in Hubert Goenner, et al., eds., *The Expanding Worlds of General Relativity, ES*, Vol. 7 (Boston: Birkhäuser, 1999), pp. 127–157.

[3] Among these MPI-preprints, five are particularly relevant for the three studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle: Jürgen Renn, *The Third Way to General Relativity*, no. 9; Leo Corry, *Hilbert and Physics (1900-1915),* no. 43; Jürgen Renn and Tilman Sauer, *Heuristics and Mathematical Representation in Einstein's Search for a Gravitational Field Equation*, no. 62; Jürgen Renn and John Stachel, *Hilbert's Foundation of Physics: From a Theory of Everything to a Constituent of General Relativity*, no. 118; Catherine Goldstein and Jim Ritter, *The Varieties of Unity: Sounding Unified Theories, 1920-1930,* no. 149.

eclipse expeditions, GRT had begun to attract the attention of leading theoretical physicists, astronomers, and mathematicians.

The trio of studies by Gunter Kohl, Lars Rosenberger, and Stefan Röhle on the early reception and development of general relativity was undertaken as part of a research project at Mainz University. These investigations offer several new perspectives on this complex process by exploring Einstein's interactions with three key contributors and critics, namely Gustav Mie, Hans Thirring, and Willem de Sitter. Although all three were deeply influenced by Einstein's new approach to gravitation, their diverse, sometimes ambivalent responses to his foundational assumptions reveal some of the many shades of divergent interpretation found even among proponents of a generalized theory of relativity. Drawing on the wealth of new sources now available, the authors show how these three friendly interlocutors struggled with major problems at the interface between the physical, mathematical, and epistemological components of Einstein's theory. Some of these critical difficulties were inherent in Einstein's earliest attempts to frame a generally covariant theory of gravitation; others emerged only later, as general relativity continued to be developed, revised, and applied to astronomy and cosmology. Through their interactions with Einstein, Mie, Thirring, and de Sitter helped elucidate some of GRT's central conceptual and technical problems, and it is this common thread in the studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle that I would like to emphasize here.

-1-

Einstein's fascination with problems of relative motion and their proper interpretation in physics can be traced back to his early interest in the foundations of Lorentzian electrodynamics. One need only recall, for example, the opening discussion in "Zur Elektrodynamik bewegter Körper," where he refers to the electromotive force produced in a coil that moves relative to a bar magnet. In 1905 this phenomenon had two separate interpretations, depending on whether the coil or the magnet was regarded as stationary. Einstein regarded this as an obvious epistemological weakness in the conventional approach to Lorentz's theory.[4] To circumvent similar anomalies connected with an ether-based electromagnetic theory, he proposed the idea of extending the mechanical principle of relativity for inertial frames to all of physics, in particular electrodynamics. This meant replacing the classical Galilean transformations, which retained their significance for velocities much smaller than the speed of light, by the group of Lorentz transformations in which the time variable is no longer independent of the three spatial variables. With one bold stroke, Einstein dispensed with the notion of an ether at rest in absolute space. According to his special theory of relativity, all inertial frames are physically indistinguishable, making absolute motion impossible to detect.

Yet soon after 1905, while pondering the implications of relativity for gravitational phenomena, Einstein reached the startling conclusion that even this radically extended principle of relativity was too restrictive. This realization came in 1907 with the equivalence principle, which he later called the happiest idea of his life. Born of an innocent-looking thought experiment involving free fall in empty space, this principle henceforth served as the cornerstone for all of Einstein's speculations on gravitation, providing the bridge that enabled him to pass from the kinematics of uniformly accelerated frames of motion to their associated homogeneous, static gravitational fields. For Einstein, the equivalence principle carried an even wider implication, namely that gravitational and inertial effects must be treated as indissolubly united. He next focused on rotational motion as the key remaining problem that had to be resolved in order to unite gravitational and inertial forces while generalizing the

[4] In *Electrodynamics from Ampère to Einstein* (Oxford University Press, 2000), Olivier Darrigol has shown that while several physicists were grappling with many of the same issues in electrodynamics, Einstein's work was primarily guided by a deep interest in the epistemological foundations of Lorentz's theory.

principle of relativity. Considerations involving a rotating disc also made Einstein gradually aware of the limitations of rigid body mechanics, as adapted to special relativity by Max Born and Gustav Herglotz. Following Paul Ehrenfest's lead, he realized that the contraction of measuring rods placed along the circumference of such a rigid disk led to a non-Euclidean geometry in the disk's frame of reference.[5] This meant that any rotating frame in gravity-free Minkowski space produced effects on the space-time structure as reflected in its fundamental quadratic differential form, which Einstein later called the metric tensor. The problem of accommodating rotational motion thus led Einstein to a key insight that opened the way to his first generalized theory of relativity, the so-called *Entwurf* theory that he and Marcel Grossmann sketched in 1913.

Einstein's collaboration with Grossmann was the first of his many joint ventures with mathematicians. Indeed, after 1913 he seldom worked on general relativity and/or unified field theories without mathematical assistance. In the case of the *Entwurf* theory, Einstein and Grossmann adopted a clear-cut division of labor, with Einstein presenting the physical arguments and Grossmann the mathematical apparatus in their two-part article. In their study of Einstein's Zurich Notebook, Jürgen Renn and Tilman Sauer have emphasized how Einstein designed his original theory of gravitation with a number of built-in features which Renn and Sauer analyze in terms of key heuristic principles that propelled his quest forward.[6] Einstein's approach thus differed strikingly from the one later taken by the Göttingen mathematician David Hilbert, who tried to place GRT in a larger field-theoretic setting right from the beginning, while claiming that from an axiomatic standpoint many of its features were pre-determined.[7] Einstein's inspiration for general relativity, which he conceived as a *Prinziptheorie*, was by contrast a novel admixture of physical and formal heuristics.[8] Initially, his physical *Ansätze*--the equivalence principle, energy-momentum conservation, and relativity of inertia—were closely tied to the formal requirement of general covariance, which he interpreted as the precise generalization of the principle of relativity. Yet, as the studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle illustrate, Einstein clung tenaciously to his physical precepts while at the same time showing only occasional concern with regard to the oft-changing and problematic status of general covariance within his theory.

If the problem of rotation acted as a catalyst for Einstein's insight that non-inertial motion was linked with the geometry of space-time, he soon leapt to the conclusion that *all* force-free motion should be regarded as relative to a space-time structure conditioned by the presence of matter. Inertial motion, as postulated within Newton's mechanics and generalized by Einstein's principle of special relativity to all of physics, clearly pertained only to those cases where gravitation was either absent or could be neglected. The presence of matter, on the other hand, should lead to a local deformation of the space-time curvature, making almost any kind of motion possible, at least in principle. Since gravitation induces accelerative motion, Einstein thought of accelerating bodies as test particles that register the effects of a

---

[5] See John Stachel, "Einstein and the Rigidly Rotating Disk," in *General Relativity and Gravitation: One Hundred Years after the Birth of Albert* Einstein, vol. 1, pp. 1–15. Alan Held, ed. New York: Plenum, 1980. Reprinted in Don Howard and John Stachel, eds., *Einstein and the History of General Relativity*. Boston: Birkhäuser, 1989, pp. 48–62.

[6] Jürgen Renn and Tilman Sauer, "Heuristics and Mathematical Representation in Einstein's Search for a Gravitational Field Equation," in Hubert Goenner, et al, eds. *The Expanding Worlds of General Relativity*. Boston: Birkhäuser, 1999; see also Jürgen Renn and Tilman Sauer, „Einsteins Züricher Notizbuch. Die Entdeckung der Feldgleichungen der Gravitation im Jahre 1912." *Physikalische Blätter* 52 (1996): 865–872.

[7] As Renn and Stachel have shown, however, Hilbert's original strategic objectives were largely abandoned in 1916 as he became familiar with the underpinnings of Einstein's revised theory (see Renn and Stachel, *Hilbert's Foundation of Physics: From a Theory of Everything to a Constituent of General Relativity*, MPI preprint no. 118). See also, David E. Rowe, "Einstein meets Hilbert: At the Crossroads of Physics and Mathematics," *Physics in Perspective* 3(2001): 379-424.

[8] Einstein described what he meant by a *Prinziptheorie* in "Was ist die Relativitätstheorie?" Doc. 24, *CPAE*, vol. 7.

gravitational field. If the gravito-inertial properties of matter are indeed conditioned dynamically, as he believed, then all force-free motion could be regarded as in some sense relative. It would then be natural to assume that a mass point would move along a geodesic in a four-dimensional space-time manifold. Still, generalizing the principle of relativity so as to allow for all the myriad types of motion possible clearly posed a problem of staggering proportions.

To what extent such a geometrized physical model entered Einstein's mind in 1912-1913 remains unclear, but he presumably posed considerations such as these to his friend Marcel Grossmann. The latter's main claim to fame, of course, stems from having recognized that Ricci's absolute differential calculus was ideally suited to the task at hand. Grossmann recognized that the mathematical operations of the Ricci calculus generalized those of vector analysis while preserving the character of generally covariant expressions, dubbed tensors by Einstein and Grossmann. These entities transform properly under arbitrary coordinate transformations, and hence retain their underlying form in any coordinate system. For Einstein and Grossmann, this suggested the possibility of pursuing a new field-theoretic approach to gravitation and inertia by generalizing the formalism that Hermann Minkowski, Arnold Sommerfeld, and Max Laue had developed for special relativity.

Although the framework of SRT retained its validity for electromagnetism, Einstein believed it could not be applied directly to account for gravitational phenomena. Special relativity left the *a priori* Euclidean character of space intact, and this Einstein found deeply dissatisfying epistemologically. Thus, when Gunnar Nordström succeeded in setting forth a Lorentz-covariant scalar theory of gravitation that was both simpler and more natural than the *Entwurf* theory, Einstein privately dismissed it, noting that it was ''built on the aprioristic Euclidean four-dimensional space, the belief in which, I feel, is akin to superstition.''[9] He was convinced that Nordström's theory skirted all the deeper problems concerning space, time, and matter.[10] To tackle these, Einstein proposed to generalize relativity theory in such a way that Newtonian gravitation and special relativity could be derived as limiting cases. At the same time, gravitational forces were to have precisely the same status as the so-called "fictional" forces that arise in non-inertial frames: both were to be seen against the local space-time structure as registered by the fundamental metric tensor. Having banished the absolute ether from Lorentz's theory, Einstein now prepared the way for a new kind of ether physics based on the gravito-inertial field.[11]

-2-

It should be emphasized that prior to 1919, relatively few physicists were prepared to make this bold conceptual leap with Einstein, and even some who recognized the merits of this wedding of gravity and inertia argued against the broad framework Einstein proposed for his theory. One such figure was Gustav Mie. As Gunter Kohl's study shows, Mie voiced such misgivings early on and often. In the discussions that followed Einstein's lecture on recent gravitational theories at the Vienna meeting of German Natural Scientists and Physicians held on 23 September 1913, Mie presented a classic objection to the general principle of relativity:

> Man denke sich, man fahre in einem Eisenbahnwagen, der gegen die Außenwelt abgeschlossen ist. Man wird in den Wagen gerüttelt und

[9] Albert Einstein to Erwin Freundlich, 20 January 1914, in Martin J. Klein, et al., eds., *CPAE*, Vol. 5: *The Swiss Years: Correspondence, 1902-1914* (Princeton: Princeton University Press, 1993), p. 594.

[10] In fact, Einstein's criticisms led Nordström to modify his theory. See John Norton, "Einstein, Nordström, and the Early Demise of Lorentz Covariant Scalar Gravitation Theories," *Archive for History of Exact Sciences* 45 (1992–93): 17–94.

[11] After dropping hints of this notion of an ether, Einstein spelled out his speculations in his Leiden Inaugural lecture, "Aether und Relativitätstheorie," delivered in October 1920. Lorentz had urged him to address this theme on that occasion (see Doc. 38, vol. 7, *CPAE* and the accompanying notes).

> geschüttelt, und diese Kraftwirkungen, die man an seinem eigenen Körper spürt, pflegt man zu erklären als Trägheitswirkungen, infolge der unregelmäßigen Schwankungen des Wagens. Das allgemeine Relativitätsprinzip in der jetzt zu besprechenden Auffassung würde nun behaupten, dass es möglich sei, ein System gravitierender Massen anzunehmen, das unregelmäßigen Bewegungen um den als ruhend bedachten Eisenbahnwagen herum ausführt und das so auf unsern Körper dieselben Wirkungen hervorruft, die wir für Trägheitswirkungen halten. Eine derartige Fiktion kann mathematisch gelegentlich ganz praktisch sein, wie man z. B. zur Berechnung von Ebbe und Flut fingierte Planeten annimmt, um die sehr schwierig zu berechnenden Trägheitswirkungen dadurch zu ersetzen, aber keinem Physiker wird es einfallen, diese fingierten Planeten für wirklichen existierende Körper zu halten. Ebenso wenig wird man die Trägheitswirkungen in dem Eisenbahnwagen physikalisch als Wirkungen gravitierender Massen deuten können, das würde zu Widersprüchen mit den Prinzipien der physikalischen Forschung überhaupt führen. Ich glaube also, dass die hier besprochene Auffassung des verallgemeinerten Relativitätsprinzips keinen physikalisch Sinn hat.[12]

As Kohl points out, Einstein was apparently unable to refute this criticism convincingly. In a footnote added to the protocol of the discussions, Einstein merely remarked that his theory did not fulfill the principle of relativity in this most general sense. On the contrary, he asserted that the conservation laws lead to a far-reaching specialization of the allowable reference systems, as he had indicated already in his lecture.[13] Such remarks reveal how vulnerable the *Entwurf* theory was to Mie's attack on the principle of general covariance.

Among the various criticisms Mie later leveled at the Einstein-Grossmann theory, the most serious involved its limited covariance about which Mie wrote: "Die Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips, die in der Einsteinschen Arbeit erreicht worden ist, bezieht sich auf lineare Transformationen, hat also mit beschleunigten Bewegungen gar nichts zu tun."[14] Although this claim was clearly exaggerated, Mie nevertheless put his finger on a key problem: Einstein's attempt to generalize relativity by extending the equivalence principle to arbitrary motions seemed to raise insuperable difficulties. Indeed, many subsequent observers emphasized the striking differences between the case of uniform acceleration, as treated by the equivalence principle, and more complicated motions, beginning with the case of uniform rotation. Mie's thought experiment with the bumpy train-car ride thus cut to the heart of what would long remain a major point of contention within the German physics community. Indeed, the passage quoted above bears a striking resemblance to the train-crash query Philipp Lenard later addressed to Einstein in their infamous debate at the 1920 Bad Nauheim *Naturforscher* meeting.[15] Gustav Mie also spoke on that occasion, and Lenard later wrote that he found Mie's remarks the only novel contributions to the general discussion.[16] As an outspoken anti-relativist, Lenard subsequently waged a losing battle against the "Einstein clique" that took on ugly political overtones. Yet even Hermann Weyl, a strong pro-relativist who wrote an extensive commentary on the Bad Nauheim debates, was forced to conclude that Einstein's response to

---

[12] Doc. 18, *CPAE*, vol. 4, p. 507.

[13] *Ibid.*; see Kohl, section 4.2.2

[14] Gustav Mie, "Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie. II," *Physikalische Zeitschrift* 15(1914): 169-176, p. 176.

[15] See Doc. 46, *CPAE*, vol. 7 and the editorial note "Einstein's Encounters with German Anti-Relativists" preceding Doc. 14.

[16] Philipp Lenard, *Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation*,. Leipzig: Hirzel, 1921, p. 39.

Lenard's main point was inadequate.[17] In chapter 4 of his study, Gunter Kohl traces a whole series of ongoing debates between Einstein and Mie over related issues.

On the positive side, Mie's criticisms brought the issue of preferred coordinate systems into the open. Following his encounter with Einstein in Vienna, Mie noted that a mathematical proof of the impossibility of finding generally covariant solutions of the gravitational field equations would be of interest. This may have given Einstein further inducement to publish his argument in support of this claim, which he had announced in a footnote appended to his Vienna lecture.[18] What Einstein meant by this was spelled out in his reply to Mie, which contained his first sketch of the ill-famed hole argument. This purported to show that the metric tensor $g_{\mu\nu}$ cannot be fully and uniquely determined by the matter tensor $T_{\mu\nu}$ if certain simple coordinate transformations are allowed, namely ones that remain fixed except possibly for points where $T_{\mu\nu}$ vanish, as for example in a "hole" of the physical system. In this context, the demand that $T_{\mu\nu}$ should completely determine $g_{\mu\nu}$ was, for Einstein, apparently a formal mathematical requirement that physicists typically placed on any system of differential equations. Viewing the tensor $T_{\mu\nu}$ as given, Einstein insisted that this data alone sufficed to determine the space-time structure, which meant that the field equations must have a unique solution for $g_{\mu\nu}$. It appears that Einstein only began to doubt the soundness of this argument after he had actually produced generally covariant field equations in November 1915.[19]

Ironically, Einstein later reinterpreted the demand that $T_{\mu\nu}$ fully determines $g_{\mu\nu}$ in a far more physical way, dubbing this notion "Mach's principle." This amounted to serving old wine in new bottles that could encapsulate the idea that the global properties of matter determined local inertial properties.[20] But Einstein had another good reason to reformulate the foundations of general relativity. His new twist came in 1918 in the wake of Kretschmann's claim that Einstein's principle of general covariance was physically vacuous.[21] Einstein responded by (temporarily) forsaking the doctrine that he had hitherto regarded as distinguishing general relativity from other physical theories, namely that the fundamental equations of GRT remain valid for arbitrary reference frames in any coordinate system whatsoever.[22] In 1918 he dropped this notion in order to make his Machian assumptions more precise. At the same time he conceded Kretschmann's point that general covariance was a purely formal principle, arguing that it was nevertheless of great heuristic value for finding gravitational field equations with the desired properties. In a final twirling maneuver, Einstein reformulated his principle of general relativity to say that the theory was solely concerned with space-time coincidences. No doubt this new principle made little impression on most of Einstein's contemporaries, and yet today we know that it had considerable significance for Einstein himself. Indeed, it was precisely this consideration that finally enabled him in late

[17] Hermann Weyl, "Die Relativitätstheorie auf der Naturforscherversammlung," *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 31 (1922): 51-63, p. 61. Weyl promoted his notion of a guiding field (*Führungsfeld*), understood as the physical realization of an affine connection, as the key to understanding the relationship between gravity and inertia.

[18] Doc. 17, *CPAE*, vol. 4, p. 495.

[19] See John Norton, ''How Einstein Found his Field Equations, 1912–1915,'' and John Stachel, ''Einstein's Search for General Covariance, 1912–1915'' (ref. 2).

[20] For a provocative modern approach to a Machian program, see Ignazio Ciufolini and John Archibald Wheeler, *Gravitation and Inertia,* (Princeton: Princeton University Press, 1995).

[21] Erich Kretschmann, "Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate. A. Einsteins neue und seine ursprüngliche Relativitätstheorie," *Annalen der Physik* 53 (1917): 575–614.

[22] Albert Einstein, "Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik* 55 (1918): 241–244, Doc. 4, *CPAE*, vol. 7.

1915 to recognize the vacuous nature of his “unlucky” *Gedankenexperiment* concerning a hole in physical space-time.[23]

-3-

If Einstein wavered over the principle of general relativity, the same cannot be said with regard to the key idea he borrowed from Ernst Mach: the relativity of inertia. Lars Rosenberger’s study delves into the long prehistory of efforts to understand the origins of inertia before proceeding to analyze Hans Thirring’s work on the problem of rotation in GRT. This problem was intimately tied to the larger one of accounting for the inertial properties of matter, an issue that surfaced over and again as Einstein revised the foundations of his theory from 1912 to 1918. Throughout these years, he continually emphasized the theoretical importance of a gravitational theory that could incorporate centrifugal effects, thereby vindicating Mach’s ideas about the relativity of inertia. Nevertheless, he left it for Thirring to pursue the problem of rotation in the context of his mature, *post-Entwurf* theory.

As is well known, Einstein’s reading of Mach provided one of the major *Leitideen* that guided his quest to find a field theory of gravitation. Already back in September 1913, when he spoke in Vienna, Einstein gave a clear statement of the Machian inspiration that guided his quest to generalize the principle of relativity:

> Von Bewegung, also auch Beschleunigung eines Körpers *A* an sich zu reden, hat keinen Sinn. Man kann nur von Bewegung bzw. Beschleunigung eines Körpers *A* relativ zu anderen Körpern *B*, *C* usw. sprechen. Was in kinematischer Beziehung von der Beschleunigung gilt, das dürfte auch von dem Trägheitswiderstande gelten, den die Körper einer Beschleunigung entgegensetzen; es ist a priori zu erwarten, wenn auch nicht gerade notwendig, dass der Trägheitswiderstand nichts anderes sei als ein Widerstand gegen Relativbeschleunigung des betrachteten Körpers *A* gegenüber der Gesamtheit aller übrigen Körper *B, C* usw. Es ist wohlbekannt, dass E. Mach in seiner Geschichte der Mechanik diesen Standpunkt zuerst mit aller Schärfe und Klarheit vertreten hat . . ..[24]

In his famous critique of Newton’s notion of absolute space, Mach appealed to the influence of distant masses as the sources responsible for determining local inertial properties. Einstein recognized that this was not the only logically tenable standpoint, but he also felt that Mach’s position had the merit of accounting for inertial properties otherwise left unexplained. In Newtonian mechanics, physicists introduced special coordinate systems with the property that force-free motion takes place uniformly along straight lines. As Einstein emphasized in Vienna, this amounted to postulating the existence of inertial frames without any reference to the physical phenomena that distinguish these from any other frames. Taking up this Machian challenge, he henceforth tried to couple gravitational with inertial effects as produced by accelerating frames.

Einstein’s initial, quite natural working hypothesis suggested that a uniformly rotating body induced gravitational field effects analogous to the centrifugal and Coriolis forces familiar from classical mechanics. If rotational motion were relative in the sense of Einstein’s equivalence principle – where a uniformly accelerated inertial frame is indistinguishable from

---

[23] See John Norton, ‘‘How Einstein Found his Field Equations, 1912–1915,’’ and John Stachel, ‘‘Einstein's Search for General Covariance, 1912–1915’’ (ref. 2).
[24] Doc. 17, *CPAE*, vol. 4, p. 498.

a homogeneous gravitational field -- then a rotating frame should be physically equivalent to the same frame taken at rest while the ambient space rotated about it in the opposite direction. Were this so, then the analogy with his original formulation of the equivalence principle would have been complete. Yet Einstein must have realized the limitations of such an argument early on. In a letter to Ehrenfest from June 1912, he pointed out that the equivalence principle could only hold locally, a conclusion he reached after pondering various difficulties associated with accelerating reference systems.[25] One year later, shortly after the debut performance of the Einstein-Grossmann theory, Einstein sent a triumphant letter to Ernst Mach: "es ergibt sich mit Notwendigkeit, dass die Trägheit in einer Art Wechselwirkung der Körper ihren Ursprung hat, ganz im Sinne ihrer Überlegungen zum Newton'schen Eimerversuch."[26] Yet Einstein's efforts to realize this bold program bore no immediate fruit (see Rosenberger's analysis, pp. 40-48).

Michel Janssen's research on Einstein's struggles with the problem of rotation during the period 1913-1915 have thrown new light on this puzzling chapter in the early history of general relativity.[27] During 1913 Einstein briefly collaborated with his friend Michele Besso in a futile attempt to account for the perihelion of Mercury using the *Entwurf* theory field equations. According to Einstein's own testimony, his faith in this theory was badly shaken when he realized in September 1915 that the metric induced by a rotating coordinate system was not a solution to the Einstein-Grossmann field equations. Janssen, however, has shown that back in 1913 Einstein probably already knew that the *Entwurf* theory equations were incompatible with rotational motions. And although he and Besso were fully aware of the centrality of this problem, they apparently failed to draw the obvious conclusion: namely that the Einstein-Grossmann theory was useless even in the simple case of rotating frames.

Interestingly enough, even after he had found generally covariant field equations, Einstein chose not to take up the problem of rotation again. Instead, he encouraged young Hans Thirring to work through the calculations on a key problem that long guided Einstein's efforts to understand the relationship between gravitation and inertia. Lars Rosenberger's study offers the first detailed analysis of Thirring's results on what has come to be called frame dragging. Drawing on techniques developed by Einstein in 1916 for finding approximate solutions of the gravitational field equations, Thirring one year later determined the metric for a rotating hollow shell, showing that this spinning mass exerted small effects on a test particle in the shell's interior analogous to the centrifugal and Coriolis forces of classical mechanics.

Rosenberger points out that initially both Einstein and Thirring thought the general covariance of the gravitational field equations and equations of motion sufficed for showing that the problem of rotation satisfied a strong global form of the principle of general relativity. According to this, one could regard the field inside a rotating shell as equivalent to the one that would arise were the shell at rest and the universe in rotation with the opposite angular velocity about it (see the quotations from Thirring's letter to Einstein as well as from Einstein's letter to Besso in sections 3.3 and 3.1.2, respectively). This approach to the relativity of rotational motion, however, overlooks the asymmetry that arises with regard to the boundary conditions at spatial infinity. After recognizing this difficulty, Thirring found a way to solve the field equations for a uniformly rotating hollow shell by adopting the hypothesis that the metric outside the shell gradually becomes flat. So understood, his work marked a quiet step in the process that gradually led to a decoupling of the principle of

[25] Doc. 409, *CPAE*, vol. 5, p. 486.
[26] Doc. 448, *CPAE*, vol. 5, p. 532. See Rosenberger, p. 39.
[27] Michel Janssen, ''Rotation as the Nemesis of Einstein's Entwurf Theory''; Michel Janssen, "What did Einstein Know and When did he Know it? A Besso Memo Dated August 1913," in Jürgen Renn, Tilman Sauer, Michel Janssen, John Norton, John Stachel, *The Genesis of General Relativity: Documents and Interpretation*. Vol. 1. *General relativity in the Making: Einstein's Zurich Notebook.* Dordrecht: Kluwer, to appear..

general relativity from the origins of inertia. In the final chapter of his 1921 Princeton lectures, Einstein underscored the importance of Thirring's results, which confirmed that in GRT the inertial properties of matter depend on mutual interactions with surrounding matter, even if these were far too small to be measured in practice.[28] Still, Hermann Weyl later emphasized that Thirring's results actually predict asymmetrical effects if the frame of the test particle rotates rather than that of the hollow sphere. For Weyl, this demonstrated that rotational motion is *not* relative after all![29] Well before this, Gustav Mie adopted a similar perspective (see Kohl's discussion of rotation in section 4.3.4).

-4-

Whereas Thirring's work was undertaken to support Einstein's Machian program, the latter encountered early resistance from another leading relativist, Leiden's Willem de Sitter. As Stefan Röhle describes, Leiden quickly emerged as the leading center for research on general relativity during the period 1915-1920. A major factor behind this lively activity stemmed from Einstein's personal friendships with H. A. Lorentz and especially Paul Ehrenfest, who inspired a large number of young physicists. Within the larger Leiden scientific community, de Sitter played an especially prominent part in pursuing the empirical predictions of GRT. As an astronomer with a strong empiricist bent, he showed relatively little interest in the more abstruse theoretical issues that had been of such decisive importance for Einstein from the beginning. In contrast with Hermann Weyl, Arthur Eddington, and several other leading relativists who were attracted to Einstein's more daring physical ideas, de Sitter took a decidedly skeptical view of these. As he freely admitted to Einstein: "unsere 'Glaubensdifferenz' kommt darauf an, daß Sie einen bestimmten Glauben haben, und ich Skeptiker bin."[30] Thus, for de Sitter, Mach's principle was a purely speculative idea that could never be tested, and for this reason he regarded Einstein's claim that distant masses accounted for the inertial properties of matter as a dogma devoid of any scientific value.

Although de Sitter was one of the leading astronomers of his time, today he is mainly remembered for an important early contribution to relativistic cosmology, the famous Model B he produced as an alternative to Einstein's Model A, the cylindrical universe. This terminology stems from de Sitter's first paper from 1917 in which he referred to these as "System A" and "System B" (he called Minkowski space "System C"). As Röhle points out in section 3.4, these static models played a central role in the cosmological speculations of the 1920s. After 1930, when cosmologists like Lemaître and Eddington became convinced of the need for dynamical models corresponding to an expanding universe, those of Einstein and de Sitter were no longer taken very seriously, although they continued to serve as familiar special cases.

Einstein's earliest efforts to apply general relativity to cosmological problems were strongly rooted in his Machian agenda, which claimed that the global distribution of matter in the universe determined the inertial properties of matter in local inertial frames. His first attempts to realize this objective, however, led to difficulties with the boundary conditions at spatial infinity. Einstein discussed these problems with de Sitter during a visit to Leiden in the summer of 1916. The latter's critical reaction to the notion of distant masses can be seen from a letter he wrote to Einstein the following November: "man gewinnt damit eine 'Erklärung' des Ursprungs der Trägheit, die doch keine Erklärung ist, denn es ist nicht eine Erklärung aus bekannten, oder kontrollierbaren Tatsachen, sondern aus ad hoc gefundenen Massen."[31]

[28] See Doc. 71, *CPAE*, vol. 7, pp. 563-567.
[29] Hermann Weyl, "Massenträgheit und Kosmos. Ein Dialog," *Die Naturwissenschaften* 12 (1924): 197-204, pp. 199-200.
[30] Doc. 327, *CPAE*, vol. 8.
[31] Doc. 327, *CPAE*, vol. 8.

Whether or not de Sitter's skepticism had any influence on Einstein's subsequent refinement of Mach's principle, the astronomer's critique of his handling of the metric at spatial infinity did lead Einstein to drop his original approach (see Rosenberger's section 4.1.2 for more on this). Soon thereafter, Einstein introduced his cosmological constant in order to obtain a static model of a closed, bounded universe, thereby circumventing the problem of boundary conditions at infinity altogether. Thus, right from its infancy, de Sitter influenced the course of research in relativistic cosmology.

Stefan Röhle carefully examines the context of the ensuing controversy between Einstein and de Sitter with respect to their two famous cosmological models. This theme has been addressed many times in the historical literature, including a detailed account by Pierre Kerszberg.[32] Röhle's study, however, takes advantage of the new source material available in *CPAE*, volume 8 , including Michel Janssen's editorial note, which revealed some of the larger contours of the Einstein – de Sitter debate for the first time. Janssen's commentaries in volume 8 show how the anomalous properties exhibited by DeSitter's matterless cosmological model sparked a fascinating series of exchanges involving not only the two principals but two prominent mathematicians as well: Hermann Weyl and Felix Klein. This four-cornered debate had a number of surprising twists and turns, some of which appear in an amusing light for those familiar with the subtleties of space-time singularities.[33] Röhle discusses the main issues involved in section 4.8. There he surveys the landscape of contemporary cosmological discourse, adding reflections on the goals, shared assumptions, and diverging opinions of some of the leading figures of the era. He emphasizes that de Sitter regarded the three systems A, B, and C as true cosmological models in the modern sense, a viewpoint by no means commonplace back in 1917-18. Interestingly enough, de Sitter's skepticism with regard to Einstein's cosmological constant led him to prefer the flat space-time structure of model C over his own model B.

In Chapter 5, Röhle takes up the wider debate with the contributions of Klein and Weyl. For Felix Klein, who took an agnostic position on most cosmological questions, the key issue was whether de Sitter's world contained intrinsic singularities, as Einstein claimed. From a purely mathematical point of view, Klein argued that the answer to this question was that it did not. To make this point, he repackaged de Sitter's world in a projective setting and endowed it with a Caylean metric, a technique he himself made famous in his early work on projective non-Euclidean geometry from 1871.[34] In this new cosmological context Klein's approach had the advantage that one could easily grasp the group action on the manifold in the spirit of his "Erlangen Program." By so doing, Klein showed that the singularities arising in a particular coordinate system have no geometric significance, since one can easily remove these by utilizing an appropriate coordinate transformation.

Presumably Einstein had great difficulty understanding the technical parts of Klein's argument (see Röhle's section 5.2). Even the mathematicians of Einstein's generation were rarely exposed to projective non-Euclidean geometry, as Klein himself noted when in 1910 he delivered a lecture on this approach to Minkowski space.[35] But what Einstein clearly did understand were the serious implications Klein's mathematical argument carried for his Machian approach to cosmology. For if the metric tensor and with it the G-field were "*restlos*

[32] Pierre Kerszberg, *The Invented Universe: The Einstein–De Sitter Controversy (1916–17) and the Rise of Relativistic Cosmology*. Oxford: Clarendon Press, 1989.
[33] See John Earman and Jean Eisenstaedt, "Einstein and Singularities," *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 30B (1999): 185-235.
[34] Felix Klein, "Über die Integralform der Erhaltungssätze und die Theorie der räumlich-geschlossenen Welt." *Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse. Nachrichten* (1918): 394–423. Felix Klein, "Über die sogenannte Nicht-Euklidische Geometrie," *Mathematische Annalen* 4 (1871): 573–625.
[35] Felix Klein, "Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe," *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 19 (1910): 281–300, p. 281.

durch die Massen der Körper bestimmt," as Einstein asserted, then de Sitter's model must somehow be untenable, either physically or mathematically. Since Einstein conceded that Klein's approach was mathematically sound, he was faced with a non-trivial, matter-free solution to his field equations with cosmological term. Were the resulting space-time manifold physically viable, as de Sitter claimed it was, then this model would flagrantly contradict Mach's principle. For in de Sitter space the G-field, which determines the inertial properties of matter, exists in a pure vacuum!

Einstein's initial response was to suggest that the natural horizon in de Sitter's model constituted a real barrier along or beyond which matter had to be found. In 1917, the physical status of this horizon was quite unclear; moreover, differential geometers had not yet developed the tools needed to explore the intrinsic geometry of a Lorentzian manifold. Einstein's hunch suggested that de Sitter's solution to the field equations made sense only within a limited portion of the universe. Mathematically, this boiled down to showing that it was impossible to find a patchwork of coordinate systems that covered de Sitter space without introducing singularities. Since Klein's global approach to de Sitter's model seemed to block this avenue, Einstein was forced to invoke a physical argument, hence his proposal that the horizon was the seat of "hidden matter" that produced the curvature of space in de Sitter's model.

Such a bold physical interpretation of a purely mathematical construct clearly had limited appeal for skeptical minds like those of de Sitter and Klein. Still, Einstein's argument was not lost on Hermann Weyl, who of course had a complete mastery of the mathematical arguments that Einstein's friendly opponents had put on the table. Indeed, in the first edition of *Raum-Zeit-Materie*, Weyl took up Einstein's cause, claiming with regard to de Sitter's world: ". . . one sees that the possibility of an empty world contradicts the laws of nature. . . . *At least at the horizon there must exist masses.*"[36] Hubert Goenner has recently shown how Weyl expended great effort concocting a global space-time purportedly equivalent to de Sitter's, but containing matter.[37] Weyl achieved this by pasting three different metrics together, though apparently it took some time before he realized that this did not yield a manifold of constant curvature, a key property of de Sitter's model. By 1923, when he published the fifth edition of *Raum-Zeit-Materie*, Weyl not only acknowledged that de Sitter's matter-free space-time was a legitimate cosmological model but even argued that it was superior to Einstein's cylindrical universe. Soon thereafter, he publicly adopted a position on Mach's principle similar to Sitter's (see Röhle's section 5.1) by disavowing the Machian gospel according to Einstein.[38] Weyl's struggle to reach a harmonious balance between mathematical representations and their potential physical meanings was deeply affected by his engagement with Einstein's general theory of relativity.[39] Having played a key part in what he himself regarded as a scientific theory of world-historical significance, Weyl recognized by 1924 that his *Sturm und Drang* period had ended when the relativity revolution began to subside.

Since my opening remarks have centered on the Machian elements that ran through contemporary discourse on general relativity, it should be added in closing that the studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle take up several other issues of importance during this period of explosive activity and debate. Indeed, all three authors show that by focusing on the parts

---

[36] Hermann Weyl, *Raum–Zeit–Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie*. Berlin: Springer, 1918, p. 225.

[37] Hubert Goenner, "Weyl's Contributions to Cosmology," in Erhard Scholz, ed., *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to his Scientific Work.* (DMV Seminar, 30.) Basel/Boston: Birkhäuser Verlag, 2001, pp. 105-137.

[38] Hermann Weyl, "Massenträgheit und Kosmos. Ein Dialog," *Die Naturwissenschaften* 12 (1924): 197-204.

[39] For a sensitive and probing account of Weyl's interests and intellectual development during this period, see Erhard Scholz, "Weyls Infinitesimalgeometrie, 1917-1925," in Scholz, ed., *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to his Scientific Work*, pp. 48-104.

played by “secondary actors” like Mie, Thirring, and de Sitter, many new perspectives quickly emerge. Considering the enormous popular and scholarly literature dealing with Einstein and the general theory of relativity, it would seem both appropriate and timely for historians to take a closer look at the individuals and communities most directly involved with these developments. Many, of course, road relativity’s waves. Yet not just a few helped make them, while others tried to resist their tidal force. We are still far from having a full picture of the twentieth century’s most dramatic scientific revolution.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

> „Unsere ‚Glaubensdifferenz‘ kommt darauf an daß Sie einen bestimmten Glauben haben, und ich Skeptiker bin.“
>
> [Willem de Sitter an Albert Einstein, 18.4.1917, Doc. 327[1]]

Dieses Zitat faßt sehr gut zusammen, worum es in dieser Arbeit geht. Was Willem de Sitter hier als „Glaubensdifferenz“ beschreibt, wird in der Literatur als „Einstein – de Sitter Kontroverse“ bezeichnet. Sie fand in den Jahren 1916-18 statt und wurde vornehmlich in Briefen „ausgetragen“, welche 1975 in den Archiven der Leidener Sternwarte, der Wirkungsstätte de Sitters, entdeckt, und im Rahmen der Reihe “The collected papers of Albert Einstein” 1998 veröffentlicht wurden. Die Veröffentlichung dieser Briefe in den Bänden 8 der genannten Reihe hat die vorliegende Arbeit erst ermöglicht, da sie sich zu großen Teilen auf dort veröffentlichtes Material stützt.[2] Darunter fällt neben den Quellen und den dazugehörigen Fußnoten vor allem die “Editorial Note”[3] von Michel Janssen, welche die Einstein – de Sitter Kontroverse überblickend beschreibt.

Obwohl de Sitter einen entscheidenden Anteil an der Entwicklung der relativistischen Kosmologie hatte, erscheint sein Name meist nur am Rande in Büchern mit kosmologischem/astronomischem Inhalt.[4] Dazu Pierre Kerszberg:

> “the pioneering debate between Einstein and de Sitter, as well as the profound reflections they provoked, have been far too easily forgotten.“[5]

Durch sein stetiges, kritisches Hinterfragen und durch seine Ablehnung philosophisch–historisch geprägter Vorstellungen, hat de Sitter Einstein geradezu „genötigt“, das erste relativistische Weltmodell[6] aufzustellen (erneut kommt obiges Zitat zum tragen). Es dauerte aber nicht lange, da hatte de Sitter seinerseits ein Weltmodell aufgestellt. Allerdings wollte er zunächst nur eine andere als die Einsteinsche Lösung der Feldgleichungen angeben und hatte diese Lösung noch nicht als Alternative zu Einsteins Modell betrachtet.[7]

---

[1] Alle mit Doc. XYZ bezeichneten Dokumente entsprechen (wenn nicht anders angegeben) den Dokumenten aus [CollPap8 1998]. Die jeweiligen Datierungen der Briefe können Anhang A entnommen werden.

[2] [CollPap8 1998], aber auch [Kahn 1975a]

[3] “The Einstein-de Sitter-Weyl-Klein Debate” in [CollPap8 1998, S. 351-357]

[4] z.B. [Herrmann 1998] oder [Sexl 1995]

[5] [Kerszberg 1989, S. 15]

[6] Mit „Welt“ wird im folgenden stets das 4-dimensionale Kontinuum bezeichnet, „Raum“ hingegen ist 3-dimensional zu verstehen.

[7] Beide Weltmodelle sind nicht mit dem oftmals in der Literatur auftretenden „Einstein-de Sitter Modell“ zu verwechseln, welches sich auf ein gemeinsames Modell Einsteins und de Sitters bezieht, das etwa 15 Jahre nach dem hier betrachteten Zeitraum entstand.

Daß beide Modelle einmal bis etwa ins Jahr 1930 nahezu ohne (allgemein beachtete) Konkurrenz dastehen würden, hätten vermutlich weder Einstein noch de Sitter zu Anfang der Debatte gedacht.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in 6 Kapitel. Nach Kapitel 1 (dieser Einleitung) wird in Kapitel 2 der recht unbekannte Willem de Sitter und sein Leidener Arbeitsumfeld vorgestellt. Gegenstand von Kapitel 3 ist der physikalisch-kosmologische Rahmen – angefangen mit einer Schilderung der Kosmologie aus der Zeit vor 1917, abgeschlossen mit dem Fortgang der Kosmologie nach 1917. Hierdurch wird die Bewertung und Einordnung der Diskussion zwischen de Sitter und Einstein ermöglicht.

Die Kontroverse selbst ist Gegenstand der Kapitel 4 und 5. In Kapitel 4 werden nicht nur Einzelheiten der Kontroverse, sondern auch die beiden Weltmodelle im Detail vorgestellt. Kapitel 5 ist der Erweiterung der Kontroverse um Hermann Weyl und Felix Klein gewidmet, welche gegen Ende der damaligen Diskussion als Beteiligte hinzukamen. Hier wird ein besonderes Augenmerk auf die aufklärende Arbeit Kleins gelegt, der dem von Einstein kritisierten de Sitterschen Weltmodell zunächst einmal wenigstens den Status einer Lösung der Feldgleichungen zukommen ließ. Dadurch wurde die Kontroverse im wesentlichen beendet. Das abschließende Kapitel 6 ist dem Rück- sowie dem Ausblick gewidmet.

Ergänzt wird diese Arbeit durch einen Anhang. Im Teil A des Anhangs sind alle relevanten Briefe zwischen de Sitter und Einstein, sowie wichtige Briefe zwischen anderen Autoren chronologisch aufgelistet. Da teilweise aus unveröffentlichten Briefen zitiert wird, sind die entsprechenden Briefe im Teil B des Anhangs mit aufgenommen worden. In Teil C gibt eine zusätzliche Bibliographie de Sitters einen Überblick über seine kosmologischen Veröffentlichungen.

Da nicht auf alle Aspekte der Einstein – de Sitter Kontroverse eingegangen werden kann, wird an entsprechenden Stellen auf weiterführende bzw. erschöpfendere Literatur verwiesen.

Hauptgrundlage dieser Arbeit waren die Veröffentlichungen von de Sitter sowie die Briefe zwischen ihm und Einstein. Als Sekundärliteratur seien die bereits genannte "Editorial Note" von M. Janssen, aber auch der Artikel über Singularitäten[1] bei Einstein von J. Earman/J. Eisenstaedt stellvertretend für neuere Literatur, die Bücher von Kerszberg und North stellvertretend für „klassischere" Literatur erwähnt.[2] Das Buch von Kerszberg ist allerdings an einigen Stellen nicht ganz exakt, so daß man es sehr kritisch benutzen sollte. Trotz seines Alters ist das etwa 35 Jahre alte Buch von North eine sehr gute Informationsquelle, und kann keinesfalls als überholt gelten. Hilfreich waren auch die Bücher von Schrödinger und Eddington, die zum Teil spezielle Eigenschaften des de Sitterschen Weltmodells betrachten. Das 1928 posthum veröffentlichte Buch von Klein

[1] [EarEis 1999]

[2] Literaturverzeichnis ab S. 109.

ist für das Verständnis der Eigenschaften von nichteuklidischen Geometrien bzw. der projektiven Geometrie eine große Hilfe. Nun aber zu der bereits angekündigten Vorstellung der Person de Sitters.

2 Willem de Sitter und Leiden als Forschungsstätte

2.1 Biographie Willem de Sitters

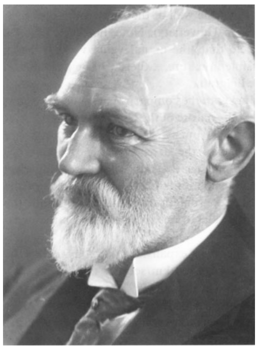

Abb. 1: Willem de Sitter

Der niederländische Astronom Willem de Sitter wurde am 6. Mai 1872 in Sneek, Friesland (Niederlande), geboren[1]. Er war der Sohn von L. U. de Sitter und T. W. S. Bertling. Sein Vater war Richter in Arnheim, wo Willem auch das Gymnasium besuchte. Nach Abschluß des Gymnasiums studierte er zunächst Mathematik und Physik an der Universität zu Groningen. Durch seine Mitarbeit im astronomischen Labor unter der Leitung von Prof. Jacobus C. Kapteyn wurde jedoch sein Interesse an der Astronomie geweckt, das ihn nie wieder losgelassen hat. Zu einem richtigen Astronomen wurde er aber erst durch Sir David Gill, der während eines Besuches in Groningen 1896 Willem de Sitter nach Cape Town, Südafrika, einlud. Dort half er von 1897-1899 bei den Heliometer-Beobachtungen[2] der Jupitermonde am Royal Observatory. Die Arbeit an den Jupitermonden faszinierte ihn so sehr, daß er ihre Untersuchung mehr oder weniger kontinuierlich bis 1929 fortsetzte. Erst Mitte der zwanziger Jahren war er zufrieden mit seinen Ergebnissen und begann, sie zu veröffentlichen.

Nach seiner Rückkehr aus Südafrika wurde er Assistent von Prof. Kapteyn im Astronomischen Labor der Universität Groningen. Im Jahre 1900 heiratete de Sitter Eleonora Suermondt, mit der er vier Kinder hatte. 1901 promovierte er mit der Arbeit "Discussion of heliometer observations of Jupiter's satellites". 1908 trat Willem de Sitter die Nachfolge von Prof. H. G. van de Sande Bakhuyzen als Astronomieprofessor an der Leidener Sternwarte an. Als am 4. März 1918 dessen Bruder E. F. van de Sande Bakhuyzen überraschend verstarb, wurde de Sitter zu ihrem Direktor ernannt. In dieser Funktion vergrößerte und modernisierte er die Sternwarte und plazierte sie an vorderster Forschungsfront - nicht nur in klassischer (dafür hatten Frederik Kaiser und die Gebrüder Bakhuyzen bereits gesorgt), sondern auch in moderner Astronomie. Er schuf zum Beispiel eine Abteilung für Astrophysik (welche zeitweise von Ejnar Hertzsprung[3] geleitet wurde) und begann 1923 eine Kooperation mit dem Union Observatory in Johannesburg. Als Höhepunkt in de Sitters letztem Lebensabschnitt wird die sechsmonatige Vorlesungsreise nach Amerika und Kanada in den Jahren 1931/32

[1] Die biographischen Angaben wurden [Eddington 1934], [Blaauw 1975], [Hins 1934] und [de Sitter 1998] entnommen.

[2] Ein Heliometer ist ein spezielles Teleskop zur Bestimmung von Winkeln zwischen Himmelskörpern.

[3] Bekannt als Mitschöpfer der *Hertzsprung-Russel-Diagramme*, bei denen die absolute Helligkeit der Sterne gegen ihre Spektralklasse aufgetragen wird.

angesehen, bei der er auch das Observatorium am Mount Wilson besuchte. Den Posten als Direktor hatte de Sitter bis zu seinem Tode am 20. November 1934 inne. Er verstarb in Leiden an den Folgen einer Lungenentzündung.

De Sitters hauptsächliche Beiträge zur Astronomie liegen in der Himmelsmechanik (speziell seine Untersuchungen zur Dynamik der Jupiter-Monde[1]), seinen Bestimmungen fundamentaler astronomischer Konstanten[2] sowie – in seinen früheren Jahren – in Untersuchungen der Milchstraße (dort insbesondere die Vermessung der Parallaxen einiger tausend Sterne[3]). 1921 gründete er das *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, dessen Redaktion und Administration Zeit seines Lebens in seinen Händen lag.

Ebenso wie für die Jupitermonde interessierte de Sitter sich für die Relativitätstheorie Einsteins. Bereits nach dessen spezieller Relativitätstheorie[4] (SRT) aus dem Jahre 1905 hatte er einen Beitrag[5] veröffentlicht, in dem er die Auswirkungen der SRT auf die Astronomie untersuchte. Nach Erscheinen der Allgemeinen Relativitätstheorie[6] (ART) Einsteins 1915/16 veröffentlichte de Sitter drei größere Artikel[7] dazu in den *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* Diese drei Artikel waren die erste Einführung der Allgemeinen Relativitätstheorie in England. Sie waren auch die ersten englischsprachigen Veröffentlichungen zur ART überhaupt. Nach Erhalt eines Vorabdruckes der ART durch de Sitter hatte Arthur Eddington diesen darum gebeten, eine solche Einführung zu schreiben, wie aus seinem Brief vom 4. Juli 1916 hervorgeht:

> "no one in England has yet been able to see Einstein's paper and many are very curious to know the new theory."[8]

Es ist also als ein Verdienst de Sitters anzurechnen, daß er während des ersten Weltkrieges als Vermittler nach England fungiert, und sich aktiv an der Verbreitung der ART beteiligt hat. Einstein schrieb dazu in einem Brief an de Sitter vom 23. Januar 1917:

> „Es ist schön von Ihnen, daß Sie über den Abgrund der Verblendung diese Brücke schlagen. Gleichzeitig mit dieser Karte erhalten Sie die gewünschten und noch einige andere Abhandlungen für den Kollegen[9]. Wenn wieder Friede ist, werde ich ihm schreiben."[10]

[1] z.B. [de Sitter 1926]
[2] z.B. [de Sitter 1927]
[3] z.B. [de Sitter 1908]
[4] [Einstein 1905]
[5] [de Sitter 1911]
[6] [Einstein 1915], [Einstein 1916]
[7] [de Sitter 1916a], [de Sitter 1916c] und [de Sitter 1917c]. Letzterer enthält eine ausführliche Darstellung des „de Sitter Universums".
[8] Doc. 243, Fußnote 9
[9] Gemeint war Eddington.
[10] Doc. 290

Das vermutlich einzige Exemplar von Einsteins ART in England zu dieser Zeit war jenes, welches de Sitter an Eddington geschickt hatte.[1] Die Verbreitung der Theorie nach England führte zu den beiden Expeditionen zur totalen Sonnenfinsternis am 29. Mai 1919. Diese wurden nicht etwa von Eddington selbst, sondern vom königlichen Astronomen Frank Dyson in die Wege geleitet, und führten auf die portugiesische Vulkaninsel Principe an der westafrikanischen Küste, sowie nach Sobral in Brasilien.[2] Die Ergebnisse der Expeditionen, die am 6. November in London bekanntgegeben wurden, bestätigten nach bangem Warten die von Einstein vorhergesagten Werte und steigerten seinen Bekanntheitsgrad enorm – mit Fölsings Worten:

> „Tags darauf beginnt die Einstein-Legende.“[3]

De Sitter gratulierte Einstein zu diesem Erfolg. In seinem Brief vom 1.12.1919 schrieb er:

> „Ich kongratuliere herzlich mit dem schönen Erfolg der Eclips-Expeditionen. Die Übereinstimmung ist wirklich *sehr* gut, viel besser als ich erwartet hatte, und das Ganze ist sehr überzeugend.“[4]

Darauf antwortete Einstein am 12.12.1919 mit den Worten:

> „Das Ergebnis der englischen Expeditionen hat mich sehr gefreut und noch mehr das freundschaftliche Verhalten der englischen Kollegen mir gegenüber, trotzdem ich doch ein HalbBoche[5] bin.“[6]

Nachdem etwa zehn Jahre lang keine weitere Veröffentlichung (abgesehen von einem Artikel von 1922) de Sitters zur Kosmologie mehr erschienen war – was vermutlich mit seiner Arbeit an den Jupitermonden zusammenhing sowie mit seiner Leitungsfunktion – erschienen Anfang der dreißiger Jahre weitere Beiträge zur Kosmologie, in denen er sich (nach Entdeckung der Ausdehnung des Universums durch Hubble) mit den Eigenschaften expandierender Universen beschäftigte.[7] Auf die etwa zehn abstinenten Jahre anspielend nannte Eddington de Sitter

> “the man who discovered a universe and forgot about it.”[8]

[1] Dies wird von Eddington behauptet [Eddington 1934], aber von Fölsing bestritten [Fölsing 1995, S. 490].
[2] [Fölsing 1995, S. 490]
[3] [Fölsing 1995, S. 948]
[4] [20-569] (bzw. Anhang B9). Angaben dieses Typs beziehen sich auf die Numerierung des Einstein Archives, Jerusalem.
[5] „Boche“ - franz. Schimpfwort für „Deutschen“, siehe [Brockhaus 1987].
[6] Anhang B10
[7] Siehe auch Anhang C.
[8] [Eddington 1934, S. 925]

De Sitter war ein international sehr angesehener Astronom, dem zahlreiche Ehrungen zu teil wurden. Er war beispielsweise von 1925-28 Präsident der „International Astronomical Union“, ihm wurde 1930 die Bruce Medaille der „Astronomical Society of the Pacific“ verliehen, er bekam 1931 die Goldmedaille[1] der „Royal Astronomical Society London“ und hielt die damit verbundene „Darwin lecture“. Die Ehrendoktorwürde erhielt er unter anderem von den Universitäten Cambridge und Oxford.

2.2 Wissenschaft in Leiden

2.2.1 Allgemeines

Die Universität zu Leiden ist eine der ältesten Universitäten der Niederlande. Sie wurde am 8. Februar 1575 als Belohnung für den Widerstand der Stadt gegen die spanischen Belagerer gegründet. In Leiden haben viele berühmte Persönlichkeiten gearbeitet - besonders am Ende des 19./Anfang des 20. Jahrhunderts. Unter ihnen waren zum Beispiel Hendrik Anton Lorentz, Pieter Zeeman, Paul Ehrenfest und Heike Kamerlingh Onnes.

Die Leidener Sternwarte hat ebenfalls eine sehr lange Tradition. Sie wurde im Jahre 1633 gegründet, was sie zu der ältesten noch bestehenden Sternwarte der Welt macht. In den ersten zwei Jahrhunderten ihrer Existenz diente sie vornehmlich der Ausbildung. Erst als 1861 unter Frederik Kaiser das neue geräumige Gebäude entstand, begann die moderne Epoche astronomischer Forschungen in Leiden. Bekannte Astronomen, die in Leiden ihre Wirkungsstätte hatten sind die bereits erwähnten Jacobus Kapteyn, Willem de Sitter und Ejnar Hertzsprung sowie Jan H. Oort.

[1] Für seine Untersuchungen der Jupitermonde und seinen Beitrag zur Relativitätstheorie.

2.2.2 Leidener Wissenschaftler und die Relativitätstheorie

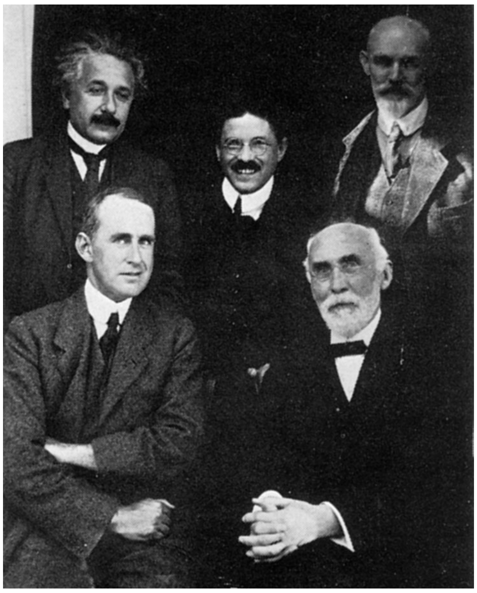

Abb. 2: Einstein in Leiden (1923) (stehend: Einstein, Ehrenfest, de Sitter, sitzend: Eddington, Lorentz)

Leiden war in den Jahren 1915-1920 ein Zentrum der Forschungen auf dem Gebiet der allgemeinen Relativitätstheorie. In jenem Zeitraum wurden mehr als 30 Forschungsarbeiten über dieses Gebiet von neun Leidener Autoren verfaßt.[1] Allerdings schwand das Interesse an der ART ab 1920, und nur noch zwei Autoren beschäftigten sich mit dieser Thematik. Diese beiden Autoren waren Willem de Sitter und Adriaan D. Fokker.

Wie aber kam es zu dem Kontakt zwischen den Leidener Wissenschaftlern und Albert Einstein? Einsteins erster Besuch in Leiden war im Jahre 1911. Auf Einladung der dortigen Studentenvereinigung hielt er am 10. Februar vor selbiger einen Vortrag.[2] Obwohl Einstein eigentlich Vorträge nicht sonderlich mochte, war es in diesem Fall für ihn etwas anderes, denn er bekam die Gelegenheit, im Zuge dieses Vortrags Lorentz persönlich kennenzulernen. Einstein schrieb am 27.1.1911 an Lorentz:

> „Sie können sich kaum vorstellen, wie sehr ich mich darauf freue, Sie persönlich kennen zu lernen. Die Aussicht darauf war es auch, was mich veranlasste, die freundliche Einladung zu einem Vortrag in Leyden anzunehmen, während ich sonst solche Gelegenheiten, wo ich ‚auftreten‘ muß, wenn irgend möglich aus dem Wege gehe.“[3]

Mit Lorentz hatte Einstein auch schon vor diesem Treffen postalischen Gedankenaustausch betrieben, der bis 1917 wenigstens 31 Briefe[4] umfaßte. Desweiteren war Einstein mit Ehrenfest befreundet, den er 1912 in Prag kennengelernt hatte[5]. Auch mit ihm verkehrte Einstein per Post. Aus einem dieser Briefe an Ehrenfest ist zu entnehmen, daß Einstein im März 1914 erneut in Holland verweilte[6].

Doch nun zur Rezeption der ART in Leiden. Als 1913 die sogenannte „Entwurftheorie“ von Einstein in Zusammenarbeit mit Marcel Grossmann erschien[7],

[1] [Kox 1992, S. 39]
[2] [CollPap5 1993, Doc. 242]
[3] [CollPap5 1993, Doc. 250]
[4] Sofern mittels [CollPap5 1993] und [CollPap8 1998] feststellbar.
[5] [Pais 1986, S. 491]
[6] [CollPap5 1993, Doc. 512]
[7] [Einstein 1913]

erwachte das Interesse der Leidener Wissenschaftler an dieser Theorie. Es waren die beiden Physiker Lorentz und Ehrenfest, die sich ausgiebig mit Einsteins Werk auseinandersetzten. Dies zeigte sich in den Briefwechseln zwischen Ehrenfest, Lorentz und Einstein sowie in ihrem häufigen Zusammentreffen.[1] Es waren jedoch nicht Lorentz und Ehrenfest allein, die sich mit der Theorie beschäftigten, sondern auch Johannes Droste (ein Student Lorentz') und der bereits erwähnte Adriaan Fokker beteiligten sich. Fokker hatte bei Lorentz 1913 über die Brownsche Bewegung von Elektronen im Strahlungsfeld promoviert. Nach Abschluß der Doktorarbeit wurde er von Lorentz nach Zürich an die ETH geschickt, um dort mit Einstein gemeinsam zu arbeiten. Diese Zusammenarbeit im Wintersemester 1913/14 hatte eine gemeinsame Veröffentlichung[2] zur Folge, welche insofern interessant ist, als in ihr zum ersten mal die Gravitationstheorie mit streng gültiger Kovarianz beschrieben wurde.[3]

Nach Fertigstellung der endgültigen Fassung[4] der ART im Spätherbst 1915 steigerten sich die Aktivitäten in Leiden. Im Frühjahr und im Herbst 1916 hielt Lorentz Vorlesungen über die ART, und im Zuge dieser und der begleitenden Diskussionen erwarben Ehrenfest, Fokker, Droste und de Sitter ihr Wissen über die Theorie. Dazu schrieb de Sitter in einer Fußnote:

> "Many of the results contained in the present paper are wholly or partially derived from these lectures. Others were developed during, or suggested by, conversations with my colleagues Lorentz and Ehrenfest. Much is also due to Mr. J. Droste. As much as possible I have added footnotes quoting the authority: but as there has been so much free interchange of ideas, it is not always possible to assign to each his exact share."[5]

Weiterhin seien kurz zwei Leidener Wissenschaftler erwähnt, die auch zur ART veröffentlicht haben: Gunnar Nordström und Jan A. Schouten. Nordström hatte sich nach Aufgabe seiner eigenen skalaren Gravitationstheorie (1916) speziell dem Problem der Lokalisation der gravitationellen Feldenergie gewidmet. Zudem hat er die sogenannte „Reissner-Nordström“ Metrik mitentwickelt. Dem Mathematiker Schouten muß man den ersten Beitrag zur geodätischen Präzession zuschreiben, wenn dieser auch nachträglich von Fokker korrigiert wurde. Zusammen mit seinem Studenten Dirk Struik hat Schouten später einen Formalismus zur Beschreibung der ART entwickelt, der für Physiker aber zu abschreckend war und demzufolge nicht benutzt wurde.[6]

---

[1] [Kox 1992, S. 40]
[2] [Einstein 1914]
[3] [Pais 1986, S. 238]
[4] [Einstein 1915]
[5] [de Sitter 1916a, S. 707]
[6] [Kox 1992, S. 44]

Es ist erstaunlich, wie schnell die ART in den Niederlanden akzeptiert und in die laufenden Forschungen integriert wurde. Dies wird auch an den guten persönlichen Beziehungen zwischen Einstein und Lorentz/Ehrenfest/de Sitter gelegen haben. Nicht nur wegen der konkreten Beiträge, sondern auch deshalb, weil sich eine renommierte Forschergruppe mit Einsteins neuer Theorie befaßt hat, kann man sagen, daß in Leiden viel für die ART getan wurde. Einstein wußte um die Leistung, die dort erbracht wurde, denn er schrieb am 26.3.1917 an Felix Klein:

> „Es wäre wohl wünschenswert, wenn zwischen Göttingen und Leiden die Arbeiten ausgetauscht würden, die auf dem Gebiete der allgemeinen Relativität gemacht werden. Dadurch würde viel Denkarbeit gespart werden.“[1]

Es folgt jetzt im 3. Kapitel eine kurze Einführung in physikalisch–kosmologische Fragen, die bei der Einordnung der Einstein – de Sitter Kontroverse hilfreich sind.

[1] Doc. 319

3 Der physikalisch-kosmologische Rahmen

3.1 Vorbemerkungen

Unter Kosmologie faßt man die Theorien über den räumlichen Aufbau des Universums sowie dessen zeitliche Entwicklung zusammen. Die Kosmologie geht Hand in Hand mit der Astronomie, da kosmologische Modelle anhand astronomischer Daten auf ihre Korrektheit hin überprüft werden können und sich andererseits aus astronomischen Daten die Notwendigkeit für das Aufstellen (auch neuer oder modifizierter) kosmologischer Modelle ergeben kann.

Da die Kosmologie stets das Universum als Ganzes untersucht, ist es aufgrund der unvorstellbaren Größe nicht weiter verwunderlich, daß es auch heutzutage noch keine endgültigen Aussagen über die raumzeitliche Struktur gibt.

Es existiert daher ein gewisser Spielraum, so daß in jedes kosmologische Modell Prägungen, Vorlieben und Vorurteile verschiedenster Art einfließen können. Diese waren zum Beispiel für einen langen Zeitraum religiöse Vorstellungen. Aber auch philosophische Ideen oder einfach nur Symmetrieüberlegungen können den Grundstein für eine Kosmologie legen.

Nach Kerszberg ist die Kosmologie von größter Wichtigkeit, da sie den Schlüssel zum Verständnis physikalischer Gesetze liefert:

> "The key concept to the understanding of the nature of physical laws is nothing less than the *history of the universe*."[1]

Wenn man einmal von der Frühzeit[2] des Universums absieht, hat man es in der Kosmologie – im Gegensatz zur sonstigen physikalischen Forschung – nur mit einer fundamentalen Kraft zu tun: Der Gravitationskraft. Eine weitere Besonderheit der Kosmologie ist, daß das Universum nicht „ins Labor" geholt werden kann – es nicht isoliert betrachtbar ist, da wir selbst ein Teil davon sind.

Damit eine Einordnung des Einsteinschen sowie des de Sitterschen kosmologischen Modells in die Geschichte der Kosmologie erleichtert und ermöglicht wird, folgt eine kurze Schilderung der Situation, wie sie sich vor Einsteins „Kosmologische Betrachtungen"[3] darstellte und mit welchen Problemen man sich beschäftigte. Desweiteren ist die eher physikalische Frage interessant, welche nach der Ursache der Trägheit fragt und zu der die Stichworte „absoluter Raum" und Ernst Mach gehören. Dieser Problematik ist ein eigener Abschnitt gewidmet.

[1] [Kerszberg 1989, S. 12]

[2] Damit ist die Entstehungszeit der Elementarteilchen nach dem Urknall gemeint.

[3] [Einstein 1917]

3.2 Kosmologie bis 1917

Da die Geschichte der Kosmologie bis zur Aufstellung relativistischer Modelle ein recht umfangreiches Gebiet ist, ist es sinnvoll, nur die im Rahmen dieser Arbeit relevanten Fragen näher zu untersuchen. Dabei spielt die Frage nach der Ausdehnung des Universums eine wesentliche Rolle.

3.2.1 Ist die Ausdehnung des Universums endlich oder unendlich?

Lange Zeit war das vorherrschende kosmologische Modell das *endliche* 2-Sphären-Modell[1], welches sich spätestens ab dem 4. Jahrhundert v. Chr. bei den meisten griechischen Astronomen und Philosophen durchgesetzt hatte.[2] Es basierte auf der ruhenden Erde im Zentrum der rotierenden Fixsternsphäre. Was die Bewegung der Sonne und der Planeten anging, gab es unterschiedliche Konzepte, die aber alle auf dem Gerüst der zwei Sphären aufbauten. Eine sehr einflußreiche Variante war das Modell des Aristoteles, bei dem Mond, Sonne und Planeten auf konzentrischen Sphären befestigt waren, welche durch die rotierende äußere Sphäre in Bewegung gesetzt wurden. In der aristotelischen Lehre war das Vakuum eine Unmöglichkeit. Daher wurden Raum und Materie miteinander verbunden, damit außerhalb der Fixsternsphäre *nichts* existieren konnte, weder Raum noch Materie. Das Modell hatte somit eine endliche Ausdehnung.[3]

Es gab allerdings auch alternative Modelle, die sich jedoch nicht durchsetzen konnten. Die beiden Atomisten Leukipp und Demokrit beispielsweise hatten im 5. Jahrhundert v. Chr. die Vorstellung von einem unendlich in alle Richtungen ausgedehnten Universum mit einem unendlichen Materieinhalt. Für Aristarchos war nicht die Erde, sondern die Sonne das Zentrum der Fixsternsphäre.[4] Jede dieser Alternativen hatte zumindest einen Mangel: Das erstgenannte Universum etwa hatte kein Zentrum, im letzteren war nicht die Erde im Zentrum der Welt. Es waren genau diese Probleme, welche die Endlichkeit des 2-Sphären-Modells erzwangen, denn ein unendliches Universum hat kein Zentrum, in dem sich die einzigartige Erde befinden könnte.[5]

Als Nikolaus Kopernikus im Jahre 1543 mit seinem *De Revolutionibus Orbium Coelestium* die Sonne ins Zentrum der Welt setzte, ließ er die Endlichkeit des Universums unberührt. Auch die Kosmologien des Johannes Kepler und des Galileo Galilei waren endlicher Natur.[6] Erst im späten 16. Jahrhundert mehrten sich die Zweifel an der Endlichkeit der Welt. So war die Endlichkeit nach Meinung einiger Neoplatonisten nicht mit der Perfektheit Gottes in Einklang zu bringen, die aufgrund ihrer Unendlichkeit nur eine unendliche Welt hätte hervorbringen können.

[1] Diese Bezeichnung wurden aus [Kuhn 1985] übernommen.
[2] [Kuhn 1985, S. 27]
[3] [Kuhn 1985, S. 79]
[4] [Kuhn 1985, S. 42]
[5] [Kuhn 1985, S. 89]
[6] [Kuhn 1985, S. 231]

Der erste, der das Kopernikanische Universum zu einem unendlichen Universum ausdehnte, war der englische Kopernikaner Thomas Digges, der diese Idee im Jahre 1576 formulierte.[1] Da Kopernikus der (nun ruhenden) Fixsternsphäre die Antriebsfunktion genommen hatte, kam dieser Sphäre keine Funktion mehr zu, und man konnte ihr ohne Folgen für die kopernikanische Physik oder Kosmologie die Trägerfunktion für die Sterne entziehen. In Digges Universum befanden sich die Sterne nun jenseits der äußeren Sphäre und erstreckten sich bis ins Unendliche (siehe Abb. 3, an der man auch das ursprüngliche Kopernikanische Modell noch erkennen kann). Obwohl nicht alle der unmittelbaren Nachfolger so weit gingen wie Digges, erkannten sie jedoch, daß nicht notwendigerweise alle Sterne den gleichen Abstand zur Sonne haben mußten.[2] Die Digges'sche Variante des kopernikanischen Universums enthielt aber einen offensichtlichen Widerspruch: Die Sonne lag im *Zentrum* eines unendlichen Universums.[3]

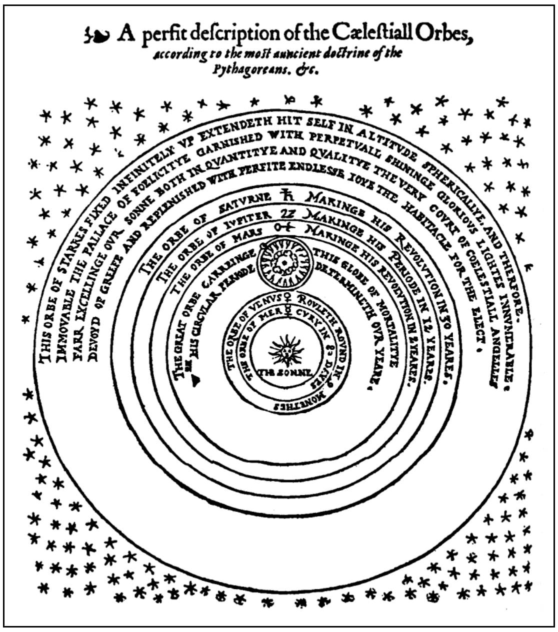

Abb. 3: Digges'sche Variante des Kopernikanischen Weltbildes

Dieses Paradoxon wurde von Giordano Bruno beseitigt. Ab dem Jahr 1584 entwickelte er eine Kosmologie, in der die Sonne ein Stern von vielen war. Bruno dachte ebenfalls, daß es im unendlichen Universum weitere bewohnte Planeten geben müsse. Er stand dabei in der Tradition von Leukipp und Demokrit, die diese Idee schon viel früher geäußert hatten, sich damit aber nicht hatten durchsetzen können. Bruno war auch ein Vertreter ihres Atomismus, und in letzter Konsequenz beinhaltete das unendliche Brunosche Universum eine unendliche Anzahl von Atomen (Materie). Mit seiner Kosmologie erreichte die Kopernikanische Abkehr von der Tradition ihren Höhepunkt.[4]

Ein einschneidendes Ereignis für die Astronomie war die Erfindung des Fernrohres.[5] Damit wurde es plötzlich möglich, Dinge am Himmel zu beobachten, über die es mangels effektiver Werkzeuge bisher nur Spekulationen gegeben hatte. Einer der ersten Wissenschaftler, der das Fernrohr gen Himmel richtete, war Galileo Galilei. In welche Richtung des Himmels er auch blickte, überall entdeckte

[1] [Kuhn 1985, S. 233]
[2] [Kuhn 1985, S. 233]
[3] Analog könnte man fragen: Wo ist die Mitte der reellen Achse?
[4] [Kuhn 1985, S. 235]
[5] Eine genaue Datierung ist nicht möglich, etwa 1600-1609, vgl. auch [Kuhn 1985, S. 219ff], [North 1997, 219ff].

er neue Sterne. Die Anzahl der Sterne wuchs „über Nacht“ ins Unermeßliche, so daß die Brunosche Idee des unendlichen Universums nicht mehr so weit hergeholt schien.

Wie dachte man zu Zeiten des endlichen Universums über dessen Radius? Schätzungen über die Größe des Universums existieren in der astronomischen Literatur erst seit der Zeit nach Ptolemäus' Tod.[1] Eine weithin bekannte Abschätzung war die des arabischen Astronomen Al Fargani, der im 9. Jahrhundert n. Chr. lebte. Als Abstand der Fixsternsphäre von der Erde gab er 75 000 000 römische Meilen an (20 110 Erdradien),[2] was nach heutigem Kenntnisstand etwa dem dreihunderttausendsten Teil des Abstandes von der Erde zum nächsten Stern entspricht.[3] Nach Kuhn kamen Kopernikaner im 16. Jahrhundert auf einen minimalen Abstand Erde↔Sphäre von 1 528 000 Erdradien. Auch hier gab es einen Bruch mit der traditionellen Kosmologie, da der Abstand nun um den Faktor 75 angewachsen war.[4]

Daß mit dem Übergang von einem endlichen Universum zu einem unendlichen Probleme verbunden waren, wurde im vorangehenden Text bereits geschildert. Weitere Probleme, die in diesem Zusammenhang entstanden, werden im folgenden Abschnitt erläutert.

3.2.2 Probleme mit der Unendlichkeit

Als Isaac Newon formal die Gravitationskraft erfaßt hatte, war dies ein großer Fortschritt für die Physik, der in der Kosmologie aber Probleme bereitete. Dies hatte Richard Bentley gegen Ende des Jahres 1692 bemerkt und sich mit einer Frage an Newton gewandt: Was würde geschehen, wenn Materie gleichmäßig über den ganzen Raum verteilt würde, und sich dann unter der Gravitation bewegen dürfte?[5] Newton antwortete auf diese Frage mit einer zweigeteilten Antwort: Wenn die Ausdehnung der Welt *endlich* sei, dann würde alle Masse zu einer kugelförmigen Masse zusammenfallen. Bei einer *unendlichen* Ausdehnung des Universums würden die Massen an unendlich vielen Stellen zusammenstürzen. Bentley erwiderte, daß bei einer *Gleichverteilung* der Massen keine Bewegungsrichtung bevorzugt sei. Newton argumentierte nun, daß eine Gleichverteilung aller Massen sehr unwahrscheinlich sei, aber durch Gottes Willen hätte erreicht werden können. Dies wiederum fand Bentley problematisch. Er stellte sich vor, das Universum sei durch eine Ebene in zwei Hälften unterteilt. Ein Teilchen in der Ebene würde dann von jeder der beiden Seiten von einer unendlich großen Gravitationskraft angezogen, so daß die resultierende Kraft Null sei und das Teilchen in Ruhe

[1] [Kuhn 1985, S. 81]
[2] [Kuhn 1985, S. 160]
[3] Der von der Erde aus nächste Stern ist *Proxima Centauri* mit einer Entfernung von 4,23 Lj, siehe [Herrmann 1998, S. 145].
[4] [Kuhn 1985, S. 160]
[5] Wie das meiste in diesem Abschnitt aus [North 1997, S. 249f] entnommen.

bliebe. Befände sich nun eine Sonne in der Nähe des Teilchens, so müsse ihre Gravitationskraft in einer der unendlichen Gravitationskräfte bereits enthalten sein. Wie aber könne man dann den Einfluß der Sonne auf das Teilchen erklären?

Diese Fragen veranlaßten Newton dazu, sich der Konstruktion eines stabilen geometrischen Modells zu widmen. Dieses Modell hatte folgende Eigenschaften: Um die Sonne herum lagen konzentrische Sphären, auf denen sich die Sterne befanden. Die Sterne hatten untereinander den Abstand einer Längeneinheit, die Radien der Sphären begannen bei einer Längeneinheit und unterschieden sich jeweils um eine Längeneinheit. Auf der innersten Schale befanden sich nach Newton 13 Sterne, auf der nächsten Schale (Radius 2) viermal so viele, auf der übernächsten (Radius 3) neunmal so viele usw. Das Modell an sich ist nicht so interessant, so die Einschätzung von North, viel interessanter sei das Problem, das sich aus ihm ergab.[1]

Dieses Problem ist als „Olbersches Paradoxon" bekannt, obwohl es schon hundert Jahre vor Heinrich W. M. Olbers von Edmond Halley bei einem Treffen der Royal Society im Jahre 1721 angesprochen wurde: In Newtons Modell wächst die Anzahl der Sterne pro Schale wie die Oberfläche quadratisch ($\sim r^2$). Die Lichtintensität indes nimmt quadratisch ab ($\sim 1/r^2$), so daß eine konstante Lichtintensität (von jeder Schale ausgehend) resultieren würde. Die unendliche Summe dieser jeweils konstanten Intensitäten nähme somit ebenfalls einen unendlichen Wert an.[2] Die Folge wäre ein heller Nachthimmel, was der Beobachtung widerspricht. Halley löste das Problem, indem er annahm, daß Licht von entfernten Sternen zum einen nicht unbeschränkt teilbar sei, und zum anderen schneller als umgekehrt-quadratisch an Intensität verliere. Ein weiterer Erklärungsversuch kam 1744 von Jean-Phillipe de Chesaux, der interstellare Absorption für das fehlende Licht verantwortlich machte. Diese Erklärung wiederholte der Bremer Arzt und Astronom Olbers 1823, und sein Name wurde fortan mit dem Paradoxon in Verbindung gebracht. In eine andere Richtung gingen Überlegungen im späten 19. Jahrhundert bzw. Anfang des 20. Jahrhunderts. Bei einem endlichen Alter des Universums, so schlug man vor, habe das Licht der entferntesten Sterne die Erde noch nicht erreicht. Ebenso könne eine endliche Lebensdauer der Sterne das „fehlende" Licht erklären.[3]

Ein weiteres Problem mit der unendlichen Ausdehnung des Raumes und der unendlichen Anzahl der enthaltenen Massen trat im Zusammenhang mit dem Newtonschen Gravitationspotential auf.[4] 1895/96 machten Hugo Seeliger und Carl Neumann unabhängig voneinander auf das Problem aufmerksam. Sie hatten festgestellt, daß das Volumen V einer Newtonschen Materieverteilung (bei endlicher Massendichte) gegen Unendlich strebte, was zur Folge hatte, daß man

[1] [North 1997, S. 250]
[2] Bei dieser Annahme ging man zusätzlich davon aus, daß die Sterne punktförmig sind und sich nicht gegenseitig verdecken.
[3] [North 1997, S. 293f]
[4] [North 1965, S. 16-18]

dem Potential[1] Φ in keinem Punkt einen eindeutigen Wert mehr zuordnen konnte. Damit wurde die Kraft[2] ebenfalls unbestimmt. Um eine einheitliche und statische Materieverteilung dennoch zu erreichen, schlug Neumann vor, die Gleichung für das Potential zu modifizieren. Hierzu wurde an die bestehende Form des Potentials der zusätzliche Faktor $\varepsilon^{-\alpha r}$ heranmultipliziert, wobei α klein genug gewählt werden mußte, um den Effekt erst bei großen Entfernungen zum Tragen kommen zu lassen.[3] Durch den exponentiellen Faktor wurde eine abstoßende Kraft eingeführt, die über große Enfernungen der gravitationellen Anziehung entgegenwirkte, und somit Stabilität ermöglichte. Die Einführung dieses zusätzlichen Faktors wurde – ebenso wie die Einsteinsche Einführung des λ-Gliedes (siehe Abschnitt 4.2) – aufgrund ihres *ad hoc* Charakters von vielen abgelehnt.[4]

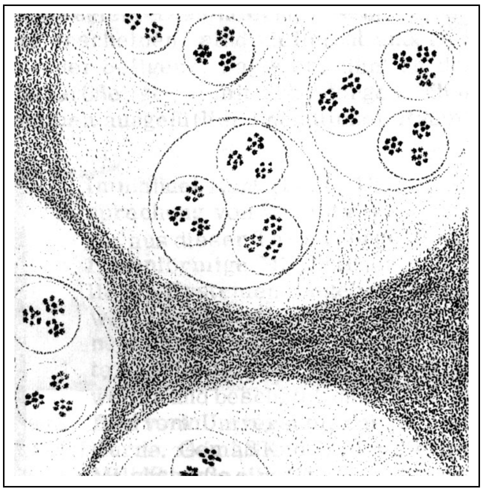

Abb. 4: Hierarchisches Universum

Eine andere Methode, die Probleme mit der Unendlichkeit zu lösen, wurde von dem schwedischen Astronomen Carl Charlier in den Jahren 1908 und 1922 vorgeschlagen. Er ließ eine von Jean Lambert 1761 entwickelte Idee wieder aufleben, die von einem hierarchischen Aufbau des Universums ausging. Bei dieser Auffassung war die Materie nicht homogen im All verteilt sondern, „gruppiert" (siehe Abb. 4). Die Sonne gehörte dabei zu einem System von Sternen. Von diesen Systemen wiederum sollten mehrere existieren, die ihrerseits ein übergeordnetes System bildeten usw.[5] Charlier änderte die hierarchische Anordnung so ab, daß zu übergeordneten Systemen hin die Abstände immer größer wurden. Obwohl er seine Idee 1922, also *nach* der Einsteinschen ART, erneut propagierte, fand er viele Unterstützer, da seine kosmologische Anordnung ebenso einfach wie effizient war, und zugleich die Olbers'schen als auch die Seeliger/Neumannschen Probleme löste.[6]

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, welche Probleme das Konzept eines unendlich ausgedehnten Universums bereitete. Zur Lösung der Probleme wurden verschiedene Wege eingeschlagen, die jeweils als grundlegend betrachtete Gegebenheiten in Frage stellten. So haben Seeliger und Neumann physikalische Gesetze modifiziert, und Charlier hat die homogene Materieverteilung hinterfragt. Das größte Fundament aber, die euklidische Geometrie, wurde erst von Einstein

[1] $\Phi = \int (\rho/r) dV$
[2] $\vec{F} = -\nabla\Phi$
[3] Die offensichtlichere Variante $\Phi(r) \sim r^{p-2}$ mit $0 \leq p < 1$ wurde aufgrund daraus resultierender Probleme von Seeliger und Neumann abgelehnt [North 1965, S. 17].
[4] [North 1965, S. 18]
[5] Zum besseren Verständnis siehe [Herrmann 1998, S. 204f] und [North 1965, S.18-22].
[6] [North 1965, S. 20]

angetastet.[1] Er war es auch, der die scheinbare Kluft zwischen Endlichkeit und Unbegrenztheit überwand (siehe 4.4).

3.3 Die Suche nach einer Erklärung der Trägheit

Die Erklärung der Trägheit ist ein Problem, mit dem sich bereits Newton beschäftigt hatte. In der *Principia* hatte er den relativen und den absoluten Raum sowie die relative und die absolute Zeit eingeführt.[2] Um nun eine relative Rotation (gegen den relativen Raum) von einer absoluten Rotation (gegen den absoluten Raum) unterscheiden zu können, suchte Newton nach einem Kriterium, was er in dem Auftreten von Fliehkräften fand: Denn nur bei einer absoluten Rotation treten diese Kräfte auf, so Newton. Er erläuterte dies mit dem berühmten Eimerexperiment, bei dem das Wasser zunächst in Ruhe bleibt, mit der Zeit aber zu rotieren beginnt und sich dann an den Eimerwänden nach oben schiebt – eine parabelförmige Oberfläche ausbildet. Für Newton rief nur eine Rotation gegen den absoluten Raum Trägheitskräfte hervor, eine relative Rotation würde dies nicht verursachen.

Der bereits in Abschnitt 3.2.2 erwähnte Carl Neumann hatte sich auch Gedanken zum absoluten Raum gemacht. Für ihn war das Trägheitsgesetz Ausgangspunkt seiner Überlegungen. Er fragte sich, gegenüber was sich ein kräftefreier Körper geradlinig bewege. Wenn eine Bewegung von der Erde aus betrachtet geradlinig sei, so sei dies von der Sonne aus betrachtet nicht mehr der Fall. Daher solle sich alle Bewegung auf ein und denselben Körper beziehen. Diesen hypothetischen Körper nannte Neumann den „Körper Alpha“, der für ihn gleichwertig mit dem absoluten Raum war.[3] Zur Existenz des Körpers Alpha hat Neumann geäußert, daß er die gleiche Existenzberechtigung wie der Äther habe. Diese für viele irritierende Vorstellung eines hypothetischen Körpers hat Neumann später wieder fallengelassen.[4]

Fortschritte bei der Suche nach Bezugssystemen, die ohne den Begriff des absoluten Raumes auskommen, wurden von Ludwig Lange gemacht. Er nutzte 1885 den Newtonschen Trägheitssatz zur Definition des von ihm als *Inertialsystem* bezeichneten Bezugssystems:

> „Von einem bestimmten im Bezugssystem festen Raumpunkte aus schleudern wir nach drei nicht in einer Ebene liegenden Richtungen drei freie Massenpunkte. Sind deren Bahnen gerade Linien, so ist das Bezugssystem ein Inertialsystem.“[5]

Man konnte daher auch ohne absolute Zeit auskommen, denn ein gradlinig gleichförmig bewegter Massenpunkt legt über gleiche Zeiten gleiche Strecken zurück, so

[1] [North 1997, S. 341]
[2] [Laue 1921, S. 6f]
[3] [Neumann 1870, S. 362ff]
[4] [DiSalle 1993, S. 349]
[5] Zitiert nach [Laue 1921, S. 7].

daß man dadurch in jedem Inertialsystem leicht eine Zeit gewinnen kann.[1] Lange hat den absoluten Raum und die absolute Zeit also aus den Inertialsystemen herausgenommen. Um festzustellen, ob ein Inertialsystem vorliegt oder nicht, muß lediglich ein Versuch gemacht werden, der zeigen kann, ob sich Massenpunkte kräftefrei bewegen oder nicht.

Diese freien Massenpunkte waren ihrerseits ein Ansatzpunkt für Kritik. Man fragte sich, ob es sicher sei, daß es überhaupt ein Bezugssystem gebe, in dem Massenpunkte sich auf geradlinigen Bahnen bewegen. Schließlich sei das Trägheitsprinzip in der Gegenwart vieler großer Massen (Sonne, Planeten, Fixsternhimmel) als Erfahrungstatsache formuliert worden. In der Gegenwart von Massen kann es aber keine kräftefreien Massenpunkte geben. Wenn das Trägheitsprinzip eine Eigenschaft des Körpers selbst sei, dann sollte es auch in beliebig großen Abständen von allen Massen gelten. Wenn man nun die Massenpunkte weit weg von allen restlichen Massen brächte (so daß ihr Einfluß sehr gering ist), wie würden sich die Massenpunkte verhalten? Wer garantiere, daß die Trägheit nicht von den übrigen Massen selbst verursacht werde?[2]

In diese Richtung gingen die Überlegungen eines weiteren Kritikers des absoluten Raumes (und der daraus resultierenden Erklärung der Trägheit), Ernst Mach.[3] Für ihn war die Newtonsche Erklärung der Trägheit keine Erfahrungstatsache, da der absolute Raum keine Erfahrungstatsache sei.[4] Er sah die Schlüsse, die man aus dem Eimerexperiment ziehen kann, anders als Newton:

> „Der Versuch [...] lehrt nur, daß die Relativdrehung des Wassers gegen die *Gefäßwände*[5] keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, daß dieselben aber durch Relativdrehung gegen die Masse der Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefäßwände immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der *eine* Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Tatsachen, nicht aber mit unsern willkürlichen Dichtungen in Einklang zu bringen.“[6]

Mach deutete also an, daß die Trägheit möglicherweise in Bezug auf sämtliche Massen im Universum gesehen werden müsse.[7] Wenn man den Gedanken wei-

[1] [Laue 1921, S. 8]
[2] [Laue 1921, S. 10]
[3] Mach hat sich auch kritisch gegenüber Neumann und Lange geäußert, vgl. [Mach 1921, S. 231ff].
[4] Dies hatte bereits Kant angemerkt. Er hatte darauf hingewiesen, daß Bewegung nur dann Gegenstand der Erfahrung sein könne, wenn beide Körper Gegenstand der Erfahrung sind, vgl. [Laue 1921, S. 7].
[5] Die beiden Hervorhebungen dieses Briefes sind im Original gesperrt gesetzt.
[6] [Mach 1921, S. 226]
[7] Er hat nie explizit gesagt, daß dies so *ist*.

terentwickelt, so folgt aus ihm, daß es keinen Unterschied machen sollte, ob der Eimer rotiert und die Fixsterne ruhen oder ob der Eimer ruht und die Fixsterne um ihn herum rotieren. Für Einstein war diese Vorstellung die Grundlage, aus der er das „Machsche Prinzip“ entwickelte (vgl. Abschnitt 4.1).

3.4 Kosmologie nach 1917

[1]In diesem Abschnitt wird (relativ kompakt) die Entwicklung der Kosmologie nach der Aufstellung der Modelle von Einstein und de Sitter behandelt, wobei die Entwicklung nur bis 1930/31 verfolgt wird. Etwa bis zu dieser Zeit standen die beiden Weltmodelle A und B im Vordergrund der relativistischen Kosmologie. Ab 1930/31 war die Expansion von vielen Wissenschaftlern anerkannt, und daher war die Frage nach der Gültigkeit von Modell A oder Modell B ab dieser Zeit obsolet geworden. Die Grundlagen dieses Abschnitts bilden hauptsächlich der Artikel von Ellis sowie die Bücher von North, in denen auch die hier ausgelassenen Kapitel aus der Geschichte der Kosmologie nachgeschlagen werden können.[2]

In der populären Literatur wird es oft so dargestellt, als ob mit Edwin Hubbles Entdeckung des linearen Verhältnisses zwischen Entfernung und Geschwindigkeit weit entfernter Objekte, das Konzept des expandierenden Universums etabliert gewesen wäre. Daß dies weder der Fall noch beabsichtigt war, wird im folgenden klar werden. Ebenso wird in diesem Zusammenhang deutlich werden, wie fest die Vorstellung eines statischen Universums verwurzelt, und wie schwierig und auch langwierig es war, diese uralte Vorstellung abzulegen.

Als ersten Schritt in Richtung Expansion könnte man die Arbeit von Cornelius Lanczos bezeichnen, der 1922 die erste nicht-statische Form des de Sitterschen Linienelements veröffentlichte:[3]

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{\cosh^2 t}{4}\left(d\phi^2 + \cos^2\phi d\psi^2 + \cos^2\phi\cos^2\psi d\chi^2\right). \qquad (1)$$

Nach Kerszberg darf man den Einfluß des Artikels von Lanzcos nicht verkennen. Ihm sei es (anders als Friedmann, s.u.) gelungen, kontroverse Diskussionen zu entfachen (unter anderem habe es einen Briefwechsel mit Weyl gegeben)[4]. North und Ellis erwähnen Lanczos zwar, machen aber keine Aussage über die Relevanz seines Artikels.[5]

[1] Dieser Abschnitt wäre vom Zeitlichen her eigentlich ganz am Ende der Arbeit anzusiedeln, inhaltlich paßt er aber besser an diese Stelle. Er sollte daher zunächst übersprungen werden und den Abschluß der Lektüre bilden. Dies ist auch deshalb sinnvoll, weil bereits Begriffe verwendet werden, die erst im Laufe der anschließenden Kapitel erklärt werden.

[2] [Ellis 1986], [North 1965], [North 1997]

[3] [Lanczos 1922], [North 1965, S. 111] sowie Abschnitt 4.7.2.

[4] [Kerszberg 1989, S. 277-282]

[5] [North 1965], [Ellis 1986]

Im selben Jahr erschien ein Artikel[1] des Russen Alexander Friedmann, ein angewandter Mathematiker (Meteorologie), in dem er als erster das Modell eines expandierenden Universums vorschlug (positive Krümmung, $\lambda \neq 0$). Friedmann ging von den gleichen Annahmen[2] wie de Sitter aus, erhielt aber das folgende Linienelement[3]:

$$d\tau^2 = -\frac{R^2(x_4)}{c^2}\left(dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2\right) + dx_4^2. \tag{2}$$

Aus unerklärlichen Gründen gab es auf diese Arbeit kaum Resonanz.[4] Einstein veröffentlichte zwei halbseitige Artikel[5], in denen er zunächst die Theorie von Friedmann angriff, um im folgenden Artikel seine Kritik zu widerufen. Aufgrund eines Rechenfehlers hatte Einstein geglaubt, daß die Feldgleichungen keine dynamische, radialsymmetrische Lösung zuließen. North findet es bemerkenswert, daß weder Friedmann noch Einstein den variablen Radius dieses Modells mit den sich entfernenden Nebeln in Verbindung brachte, obwohl in dieser Zeit bereits einige Radialgeschwindigkeiten gemessen worden waren[6]. Das Friedmannsche Modell wurde zur Zeit seiner Veröffentlichung zwar mehr oder weniger ignoriert, kam aber etwa zehn Jahre danach zu späten Ehren.

In Unkenntnis[7] der Friedmannschen Arbeit hat George Lemaître, ein belgischer Jesuit, im Jahre 1927 ebenfalls ein Modell eines positiv gekrümmten Universums mit nicht verschwindender kosmologischer Konstante gefunden.[8] Auch diese Arbeit wurde erst später wiederentdeckt und zur Zeit der Veröffentlichung entweder nicht gelesen oder einfach vergessen. Sowohl Ellis („outstandingly“) als auch North “it marks the beginning of a new phase in cosmological thought”[9] loben diese Arbeit. Nach North wollte Lemaître ein geschlossenes Modell, welches – zwischen dem Einsteinschen und dem de Sitterschen gelegen – Masseninhalt und Rotverschiebung vereinte. Und nicht nur das gelang ihm: Er untersuchte die Konsequenzen der Energieerhaltung, löste die Feldgleichungen und bestimmte die zu erwartende Rotverschiebung. Besonders hervorzuheben ist aber, daß er der erste war, der ernsthaft ein expandierendes Modell für das Universum vorschlug (nach Ellis hat Friedmann sein Modell lediglich als mathematische Übung verstanden)[10], und daß er schon *vor* Hubble ein lineares Abstand-Geschwin-

[1] [Friedmann 1922]
[2] $\lambda \neq 0$, kleine Sterngeschwindigkeiten, homogen-isotrope Materieverteilung
[3] Friedmann ersetzte ds durch $d\tau$, da das Linienelement in dieser Form die Dimension einer Zeit hatte.
[4] [North 1965, S. 117]
[5] [Einstein 1922], [Einstein 1923]
[6] [Eddington 1925, S. 238]
[7] [Ellis 1986, S. 378]
[8] [Lemaître 1927]
[9] [North 1965, S. 118]
[10] [Ellis 1986, S. 375]

digkeits-Gesetz gefunden hatte:

$$v = \frac{c}{R_0\sqrt{3}} r. \tag{3}$$

Er gab sogar einen Wert für die Expansionsrate an (630 km/s Mpc), der nicht allzu weit von dem Hubbleschen Wert von 1929 entfernt war (500 km/s Mpc). Das Lemaîtresche Modell hat keinen singulären Ursprung, sondern es beginnt als statisches Einstein-Universum und nähert sich für $t \to \infty$ asymptotisch einem de Sitterschen Universum. Als Lemaître 1927 Einstein traf, teilte Einstein Lemaître mit, daß er dessen Artikel zwar für mathematisch einwandfrei halte, jedoch nicht an die Expansion glaube (hier zeigte sich erneut, daß Einstein nach wie vor fest an das „Statische“ glaubte).[1] Bei dieser Gelegenheit erfuhr Lemaître durch Einstein von der Existenz der Arbeit von Friedmann, die er zuvor nicht gekannt hatte.

Trotz der Arbeiten von Friedmann und Lemaître war von 1917 bis 1930 die Hauptfrage in der Kosmologie, welches der beiden Modelle A und B das bessere Modell zur Darstellung der Wirklichkeit sei. Die Meinungen waren auf beide Modelle verteilt. So waren Jeans, Hubble, Weyl und Robertson Anhänger von de Sitters Weltmodell, Einstein und Eddington favorisierten das Zylindermodell, und de Sitter (vgl. Abschnitt 4.8.3) war sich nicht sicher.[2]

Howard P. Robertson hatte 1928 einen Artikel über das de Sittersche Modell geschrieben, in dem er – auf Messungen basierend – dieses Modell bevorzugte. Er forderte unter anderem einen linearen Zusammenhang zwischen der durch Rotverschiebung zugewiesenen Geschwindigkeit und der Entfernung eines Objektes (ebenfalls *vor* Hubble).[3] Ein Jahr später veröffentlichte er einen weiteren Artikel, in dem er zwar das allgemeine Linienelement eines beliebig gekrümmten Raumes angab (vgl. Abschnitt 4.7.2), dessen Relevanz aber nicht erkannte:[4]

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[d\chi^2 + S_k^2(\chi) \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi \right) \right]. \tag{4}$$

Dieses Linienelement hatte er mit Hilfe zweier zusätzlicher Forderungen an die Raumzeit gewonnen: Homogenität und Isotropie.

Robertson war auf der Suche nach statischen Universen unter diesen Modellen gewesen, und obwohl er den Friedmannschen Artikel kannte[5], ging er nicht auf expandierende Modelle ein. Noch im selben Jahr zeigte er zusammen mit Richard Tolman, daß die Modelle A, B und C die einzigen statischen Modelle sind, die sich mittels (4) darstellen lassen. Es war also selbst 1929 noch vollkommen normal, von einen statischen Universum zu sprechen.

Eine kurze Bemerkung zu der Veröffentlichung von Hubble, welche meist mit der Anerkennung expandierender Universen assoziiert wird. In dieser Arbeit[6]

[1] [North 1997, S. 347]
[2] [Ellis 1986, S. 379]
[3] [Robertson 1928]
[4] [Robertson 1929]
[5] Es gibt einen Verweis auf Friedmann in dem Artikel.
[6] [Hubble 1929]

hatte Hubble den experimentellen Nachweis erbracht, daß ein linearer Zusammenhang zwischen Entfernung und Geschwindigkeit entfernter Objekte (Nebel) besteht, der ja schon von Lemaître und Robertson „angekündigt“ worden war. Hubble selbst war anscheinend nicht über das Konzept eines expandierenden Universums informiert, da er nach Ellis versuchte, experimentell nachzuweisen, ob Modell A oder Modell B den Tatsachen näher kam, was man an folgendem Zitat (aus einer der berühmten Arbeit vorausgehenden Veröffentlichung) ablesen kann:

> “The necessary investigations are now under way with the odds, for the moment, favoring de Sitter.”[1]

Ein entscheidendes Ereignis war das Treffen der Royal Astronomical Society im Januar 1930. Bei dieser Versammlung trugen sowohl de Sitter als auch Eddington vor. Beide berichteten über die gegenwärtige Situation in der Kosmologie und bemängelten, daß es nur zwei Lösungen gebe, die anscheinend die Wirklichkeit nicht widerspiegelten. De Sitter sprach die Notwendigkeit einer zwischen A und B liegenden Lösung an, Eddington lenkte das Augenmerk auf die bisher betriebene ausschließliche Suche nach einer statischen Lösung:

> “One puzzling question is why there should be only two solutions. I suppose the trouble is that people look for static solutions.”[2]

Nach dem Treffen begann Eddington mit Hilfe seines Forschungsstudenten George C. McVittie auf Grundlage des Robertson Artikels die Stabilität des Zylindermodells zu untersuchen. Zwischenzeitlich hatte Lemaître, der 1923/24 bei Eddington studiert hatte, die Bemerkung Eddingtons in dem in *Observatory* veröffentlichten Report[3] des Treffens gelesen. Er schrieb Eddington und erinnerte ihn an seinen (Lemaîtres) Artikel von 1927. Eddington, der den Artikel zwar gelesen aber wieder vergessen hatte, war nun sehr beeindruckt. In *Nature* erinnerte er in einem kurzen Artikel[4] an die schon drei Jahre zurückliegende Veröffentlichung Lemaîtres. Ebenso sorgte er für die Übersetzung dieser bisher nur auf französisch gehaltenen Arbeit ins Englische.[5]

Die Eddingtonsche Untersuchung in Zusammenarbeit mit McVittie hatte gezeigt, daß das Einsteinsche Zylindermodell instabil war. Dieses Ergebnis wurde in dem selben Artikel veröffentlicht, in dem die Lemaîtresche Lösung diskutiert wurde.[6] Nach Ellis gab der übersetzte Artikel von Lemaître und die Tatsache der Instabilität der Zylinderwelt den Ausschlag für eine breitere Akzeptanz des sich mit der Zeit entwickelnden Universums.

[1] nach [Ellis 1986, S. 378]
[2] nach [Ellis 1986, S. 380]
[3] [Eddington 1930]
[4] [Eddington 1930a]
[5] [Lemaître 1931]
[6] [Eddington 1930b]

Das Konzept des expandierenden Universums wurde nun nicht nur von Eddington (der das Modell von Lemaître zum „Lemaître-Eddington-Modell“ weiterentwickelte), sondern auch von vielen anderen Wissenschaftlern angenommen und unterstützt. Dazu gehörten etwa Robertson, Tolman und sogar Einstein, der anscheinend erst während seines Besuchs bei Hubble 1930 von der Expansion des Universums überzeugt werden konnte.[1] Auch de Sitter unterstützte den experimentellen Nachweis von Hubble sowie das Lemaîtresche Modell:

> “There can be not the slightest doubt that Lemaître’s theory is essentially true, and must be accepted as a very real and important step towards a better understanding of Nature.”[2]

Nach der allgemeinen Akzeptanz eines sich entwickelnden Universums blieb die Wissenschaft natürlich nicht stehen, sondern es entstanden neue Ideen, Vorstellungen und Probleme. Um den Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht zu sprengen, wird mit einer stichpunktartigen Aufzählung von Schlagworten die Betrachtung der Entwicklung der Kosmologie nach 1917 unter Hinweis auf die eingangs (S. 21) genannten Bücher, die ein weiteres Studium ermöglichen, beendet:

- Lemaîtres Konzept des „Uratoms“ (1931, „l’atome primitif“), aus dessen singulärem Zustand sich das Universum entwickelt haben soll (später als „Big Bang“ bezeichnet)[3]
- Allgemeine Fragen nach der Entstehung und dem Alter des Universums
- Edward A. Milnes „kinematische Relativität“ (1932) und das daraus entstandene alternative Weltmodell
- Oszillatorische Weltmodelle
- Prozeß der Materiebildung und Frage nach dem Materieinhalt des Universums
- Alternative Gravitationstheorien von Alfred N. Whitehead (1922) und George D. Birkhoff (1942) sowie deren Erweiterung durch John L. Synge (1952)
- Steady-State-Modell (1948) von Hermann Bondi, Thomas Gold und Fred Hoyle (kosmologisches Modell, bei dem trotz Expansion durch ständige Materiebildung ein stationärer Zustand gewahrt wird), das in den späten 40er und den 50er Jahren populär war

[1] [North 1997, S. 347]
[2] [de Sitter 1931a, S. 707]
[3] Nach [North 1997, S. 351] war es Fred Hoyle (1950), nach [Ellis 1986, S. 382] George Gamow, der den Begriff prägte.

- Die Entdeckung der kosmischen Hintergrundstrahlung durch Arno Penzias und Robert Wilson im Jahre 1966

Mit der nun folgenden Einleitung von Kapitel 4 beginnt die Darstellung der Kontroverse zwischen Einstein und de Sitter, die der in diesem Abschnitt beschriebenen Epoche der Kosmologie vorausging.

4 Die Einstein – de Sitter Kontroverse

Wann die Kontroverse[1] – oder besser Diskussion unter Kollegen – zwischen Albert Einstein und Willem de Sitter genau begonnen hat, ist nicht mehr nachvollziehbar. Der früheste Brief, der erhalten blieb, ist das Schreiben von Einstein vom 22. Juni 1916. Im Spätsommer dieses Jahres besuchte Einstein seine Leidener Freunde in der Zeit vom 27. September bis zum 12. Oktober[2]. Er traf erneut Lorentz und Ehrenfest. Ebenso traf Albert Einstein diesmal[3] auch Willem de Sitter, der sich sehr für die Allgemeine Relativitätstheorie interessierte. Dieser hatte bereits die Konsequenzen berechnet, die sich aus ihr für die Planetenbewegungen ergeben. Der Besuch Einsteins war für de Sitter die beste Gelegenheit, sich für die in Vorbereitung befindliche Einführung[4] in die ART aus erster Hand zu informieren. Für Einstein war der Kontakt mit Astronomen nicht unwichtig, was man zum einen an seiner Freundschaft zu Erwin Freundlich sieht und was zum anderen durch den Brief an Heinrich Zangger vom 10.3.1914 belegt wird, in dem er sich auf die kommende Zusammenarbeit mit seinen neuen Berliner Kollegen freut:

> „daß die persönlichen Beziehungen zu manchen dortigen Kollegen fruchtbar sein dürften. Insbesondere sind mir die Astronomen wichtig (gegenwärtig).“[5]

Die Diskussion zwischen Einstein und de Sitter endete vorläufig mit dem Brief[6] Einsteins an de Sitter vom 15.4.1918. Aber erst ca. sechs Wochen später wurde durch die Briefe von Klein an Einstein ein Teil dessen aufgeklärt, was bei Einstein und de Sitter noch im Dunkeln gelegen hatte (siehe Abschnitt 5.2).

In der Kontroverse wurden nicht nur physikalische Probleme angesprochen, sondern auch philosphische, zu denen man beispielsweise das Problem der räumlichen Extrapolation zählen könnte oder aber die Frage, inwieweit gewisse Größen „real“ sind.

Die Rolle de Sitters in der Kontroverse, in deren Verlauf die relativistische Kosmologie begründet wurde, wird vielfach verkannt. In der Tat war er sehr

[1] Der Begriff Kontroverse ist etwas unglücklich gewählt und assoziiert möglicherweise eine Art Streit. Einstein und de Sitter waren aber *Freunde*, die sich gegenseitig respektierten und achteten. Der rote Faden dieses Kapitels ist eng an die Darstellung in der “Editorial Note” [CollPap8 1998, S. 351-357]
[2] Die Daten kann man den Briefen Doc. 260 und Doc. 263 entnehmen.
[3] Wann die beiden sich das erste Mal trafen, ist unklar.
[4] Damit gemeint sind [de Sitter 1916a], [de Sitter 1916c] und [de Sitter 1917c].
[5] [CollPap5 1993, Doc. 513]
[6] Doc. 506

wichtig für deren Entstehung, wie Kerszberg es sehr treffend beschreibt:

> "From 1916 to 1935 [...], de Sitter was a major contributor to the whole debate. As respondent to Einstein, he is both the star actor and the privileged spectator of almost all the significant ideas that contributed to the establishment of a relativistic cosmology."[1]

Es ist allerdings in der heutigen Zeit nicht immer ganz einfach, den Gedankengängen der Kontroverse zu folgen. Dies mag zum einen an verlorengegangenen Dokumenten liegen, welche die fehlenden Mosaikstücke enthielten. Zum anderen ist es nicht leicht, sich in die damalige Zeit, deren Umstände und vor allem in deren Wissensstand hineinzuversetzen. Hinzu kommt auch noch, daß in jener Zeit einige Begriffsbildungen noch nicht exakt waren, was heutzutage zu Verwirrungen führen kann.[2]

Welche Punkte de Sitter bei Einstein kritisiert hat wird im folgenden Abschnitt einmal zusammengefaßt.

4.1 Die Kritik de Sitters an Einstein

Der bereits in der Einleitung zitierte Satz

> „Unsere ‚Glaubensdifferenz' kommt darauf an daß Sie einen bestimmten Glauben haben, und ich Skeptiker bin."[3]

ist eine sehr gute Charakterisierung der Beziehung zwischen den beiden Persönlichkeiten Albert Einstein und Willem de Sitter. Während der eine felsenfest an Prinzipien glaubte, war der andere ein Skeptiker, der nur das als Wahrheit akzeptierte, was auf Messungen beruht (also verifizierbar ist) und nicht durch Glauben oder Überzeugungen begründet ist. Ein guter Beleg für diese Einstellung de Sitters ist ein Brief an Felix Klein, dem er am 25.4.1918 schrieb:

> „Ich gestehe dass philosophisch, metaphysisch und mathematisch sich sehr viele Bedenken gegen meine Lösung B machen lassen, aber *physisch* (ich meine durch wirkliche in endlicher Zeit ausführbare Experimente kontrollierbar) so weit ich gehe nicht."[4]

In diesem Abschnitt wird nur die Grobstruktur der de Sitterschen Kritik wiedergegeben. Die Feinstruktur tritt dann in den folgenden Abschnitten an den jeweiligen Stellen im Kontext auf.

[1] [Kerszberg 1989, S. 18]
[2] Es wurde etwa in gleichem Atemzug von „Grenzbedingungen im Unendlichen" und von den endlichen Eigenschaften der Weltmodelle gesprochen, ohne daran Anstoß zu nehmen, vgl. [Kerszberg 1989, S. 145].
[3] Doc. 327
[4] Anhang B1

De Sitters Kritik war nicht nur spezieller Art (Einstein betreffend), sondern teilweise auch allgemeiner zu verstehen – obwohl in erster Linie an Einstein gerichtet. Ein Kritikpunkt, der sich wie ein roter Faden durch die kosmologischen Veröffentlichungen de Sitters zieht, ist seine kritischer Blick auf Extrapolationen. Er war nicht bereit, in den Raum oder die Zeit zu extrapolieren (d.h. wenn er es dennoch tat, weil etwa eine Rechnung es erforderte, war er sich stets des hypothetischen Charakters bewußt). De Sitter empfand die Extrapolation als gefährlich, da sie nur *scheinbar* Probleme löse. Darauf aufmerksam zu machen, daß in jede von ihnen unwissenschaftliche Aspekte einfließen, lag ihm sehr am Herzen. Bereits in seinem ersten kosmologischen Artikel schrieb er:

> "How the $g_{\mu\nu}$ are at infinity of space or of time, we will never know."[1]

Er nahm speziell daran Anstoß, daß Einstein eben solche Werte für die $g_{\mu\nu}$ zu finden versuchte, indem er Annahmen machte. In seinem Buch „Kosmos" (15 Jahre später) bezog de Sitter nochmals dazu Stellung.

> "From the physical point of view everything that is outside our neighbourhood[2] is pure extrapolation, and we are entirely free to make this extrapolation as we please, to suit our philosophical or aesthetical predilections — or prejudices. [...] One of these convictions [...] is that the particular part of the universe in which we happen to be is in no way exceptional or privileged, [...]. It should, however, be remembered that there have been epochs in the evolution of mankind when this was by no means thought self-evident, and the contrary conviction was rather generally held."[3]

Besonders der letzte Satz erhellt, warum sich de Sitter gegen „Glaubenselemente" in der Wissenschaft – hier die Extrapolation – wandte. Eng damit verbunden ist, daß de Sitter Einsteins Meinung nicht teilte, daß die Welt quasistationär sei. De Sitter fand:

> „Wir haben von der Welt nur eine Momentphotographie, und wir können und dürfen daraus, daß wir auf der Photographie keine große Veränderung sehen, *nicht* schließen, daß alles immer so bleiben wird als in dem Momente wo die Aufnahme gemacht worden ist."[4]

Dies bedeutet vermutlich nicht, wie von Kerszberg behauptet, daß de Sitter räumliche Extrapolation zwar ablehnte, zeitliche Extrapolation aber zuließ.[5] Vielmehr

[1] [de Sitter 1917a, S. 1217]
[2] „Neighbourhood" bezeichnet bei de Sitter den Teil des Universums, über den wir sichere Aussagen treffen können.
[3] [de Sitter 1932a, S. 113]
[4] Doc. 321.
[5] [Kerszberg 1989, S. 195]

sieht man daran erneut seine „experimentalphysikalische“ Einstellung, die eine Vorhersage aufgrund *eines* Meßwertes (der Momentphotographie) verbot.[1] Ein Punkt, den de Sitter zwar erwähnte, den er aber nie besonders betonte, ist der Umstand, daß im Einsteinschen Weltmodell eine absolute Zeit auftritt. Für de Sitter stand dies im Widerspruch zu der Symmetrie der Feldgleichungen sowie der Bewegungsgleichungen.[2]

Obwohl de Sitter an einigen Einsteinschen Auffassungen Kritik übte, war er ein Verfechter der Relativitätstheorie. Um dies zu belegen, ist hier fast der komplette letzten Abschnitt des „Second paper“ wiedergegeben:

> “Even if Einstein has not explained the origin of inertia and gravitation, his theory represents an enormous progress over the physics of yesterday. Perceiving the irrelevance of the representation by coordinates in which our science was clothed, he has penetrated to the deeper realities which lay hidden behind it, and not only has he entirely explained the exceptional and universal nature of gravitation by the principle of the identity of gravitation and inertia, but he has laid bare intimate connections between branches of science which up to now were considered as entirely independent from each other, and has made an important step towards the unity of nature. Finally, his theory not only explains all that the old theory of relativity could explain [...], but, *without introducing any new hypothesis or empirical constant*, it explains the anomalous motion of the perihelion of Mercury, and it predicts a number of phenomena which have not yet been observed.”[3]

Wie de Sitter hier bereits betonte, empfand er es als großen Vorteil, daß die neue Theorie keine zusätzlichen Konstanten eingeführt hatte. Es ist daher nicht verwunderlich, daß er nach der Modifikation der Feldgleichungen die alten Feldgleichungen ohne λ bevorzugte:

> „Ich persönlich habe das *vier*dimensionale System viel lieber, aber doch noch lieber die ursprüngliche Theorie ohne das, nur philosophisch und nicht physisch wünschenswerte, unbestimmbare λ, und mit im Unendlichen nicht invarianten $g_{\mu\nu}$.“[4]

Er nahm dabei in Kauf, daß die Trägheit weiterhin nicht erklärt würde, denn:

> “Then, of course, inertia is not explained: we must then prefer to leave it unexplained rather than explain it by the undetermined and undeterminable constant λ.”[5]

[1] Siehe dazu auch [de Sitter 1917c, S. 4], wo er ganz klar zeitliche Extrapolation ablehnte.
[2] [de Sitter 1917a, S. 1223] oder [de Sitter 1917c, S. 11]
[3] [de Sitter 1916c, S. 183f]
[4] Doc. 313
[5] [de Sitter 1917a, S. 1225]

All dies bedeutet jedoch nicht, daß de Sitter die modifizierten Feldgleichungen nicht benutzt hätte – schließlich basierte sein Weltmodell auf diesen.

Mit dem Prinzip, das Einstein als „Machsches Prinzip“[1] bezeichnete, war de Sitter nicht einverstanden. Die Definition des Prinzips aus dem Jahre 1918 lautet:

> „Machsches Prinzip: Das G-Feld ist *restlos* durch die Massen der Körper bestimmt. Da Masse und Energie nach den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie das Gleiche sind und die Energie formal durch den symmetrischen Energietensor($T_{\mu\nu}$) beschrieben wird, so besagt dies, daß das G-Feld durch den Energietensor der Materie bedingt und bestimmt sei.“[2]

In der Zeit vor dieser Definition hatte Einstein von „fernen Massen“ gesprochen, die die Trägheit verursachten. Für de Sitter konnte man *keinesfalls* ferne Massen als Erklärung für die Trägheit heranziehen, denn:

> „Man gewinnt damit eine ‚Erklärung‘ des Ursprungs der Trägheit, die doch eigentlich keine Erklärung ist, denn es ist nicht eine Erklärung aus bekannten, oder kontrollierbaren Tatsachen, sondern aus ad hoc erfundenen Massen.“[3]

De Sitter *glaubte* (und das betonte er), daß es den fernen Massen ergehen würde wie dem Äther. Man würde erfolglos versuchen, sie zu beobachten und schließlich konstatieren, daß sie nicht existierten. In demselben Brief schrieb er gegen Ende:

> „Lieber ist es mir *keine* Erklärung der Trägheit zu haben, als diese.“

Fast genau ein Jahr nach diesem Brief brachte de Sitter in seinem „Third paper“ die Sache noch einmal auf den Punkt:

> “The world-matter thus takes the place of the absolute space in Newton’s theory, or of the ‘inertial system’. It is nothing else but this inertial system materialized.”[4]

Einstein hatte sein Machsches Prinzip im März 1918 veröffentlicht – also zu einem Zeitpunkt, zu dem er sicher war, daß auch das de Sittersche Modell Materie enthielt. Knapp drei Monate später mußte er dann zugestehen, daß mit der de Sitterschen Lösung eine singularitätsfreie Lösung der erweiterten Feldgleichungen

[1] Der Name „Machsches Prinzip“ rührt daher, daß Einstein einen Gedanken Ernst Machs weiterentwickelt hat, den dieser in seinem Buch *Die Mechanik* ([Mach 1921]) formuliert hatte. Mach hinterfragte dort das Newtonsche Konzept des absoluten Raumes zur Erklärung von Trägheitskräften (siehe Abschnitt 3.3). Mehr dazu in: [Barbour 1995].

[2] [Einstein 1918a] Eingegangen am 6. März 1918, erschienen am 24. Mai 1918.

[3] Doc. 272

[4] [de Sitter 1917c, S. 9]

existierte. Allerdings war damit für Einstein noch lange nicht das Machsche Prinzip aus der Welt geschafft, da er eine Position bezog, welche das de Sittersche Modell aus einem anderen Grund nicht anerkannte (siehe 5.3). Wann Einstein begann, das Machsche Prinzip anzuzweifeln oder sich gar davon zu lösen begann, wurde im Zuge dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.[1] Spätestens 1954 hatte sich Einstein allerdings davon gelöst, wie das Zitat (nach Pais) aus dem Brief von Einstein an Felix Pirani vom 2. Februar 1954 belegt:

> „von dem Machschen Prinzip sollte man eigentlich überhaupt nicht mehr sprechen.“[2]

Zurück ins Jahr 1917 und zu der Frage, warum Einstein seine Feldgleichungen um eine Konstante erweitert hatte.

4.2 Das Randwertproblem der $g_{\mu\nu}$ und die daraus resultierende Einführung des λ-Gliedes

Wie bereits erwähnt, begann die Debatte im Sommer 1916, als Einstein Leiden besuchte (dies ist z.B. aus Doc. 272 zu ersehen). Er und de Sitter waren sich einig darüber, daß die ART ein Reststück von Newtons absolutem Raum bzw. absoluter Zeit bewahrt hatte, welches sich in der Notwendigkeit der Angabe von *Randbedingungen* des metrischen Feldes zur Lösung der Feldgleichungen manifestiere.

In dem Artikel „Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie“[3] hat Einstein sehr gut beschrieben, wie er das Problem der Randbedingungen überwand. Er war der Meinung, man müsse feste Randbedingungen für die $g_{\mu\nu}$ im räumlich Unendlichen angeben. Sein Argument dafür war folgendes:

> „In einer konsequenten Relativitätstheorie kann es keine Trägheit *gegenüber dem ‚Raume‘* geben, sondern nur eine Trägheit der Massen *gegeneinander*. Wenn ich daher eine Masse von allen anderen Massen der Welt räumlich genügend entferne, so muß ihre Trägheit zu Null herabsinken.“[4]

Da dies für alle Bezugssysteme gelten sollte, war für ihn die logische Folge die Forderung nach einer unabhängigen Randbedingung im räumlich Unendlichen. De Sitter hingegen lehnte unabhängige Randbedingungen strikt ab (siehe auch 4.4):

> “In a true theory of relativity [...] the constants of integration [...] will generally be different in different systems.”[5]

[1] Weyl, der zunächst mit Einstein mehr oder weniger einer Meinung gewesen war, begann in der fünften Auflage (1923) von *Raum–Zeit–Materie*, das Machsche Prinzip in Frage zu stellen (siehe Abschnitt 5.1).
[2] [Pais 1986, S. 292]
[3] [Einstein 1917]
[4] [Einstein 1917, S. 132]
[5] [de Sitter 1916b, S. 529]

Nicht zuletzt durch diese Ablehnung wurde Einstein zu dem geführt, was er in den „Kosmologischen Betrachtungen“ dann veröffentlichte.

In dem Artikel untersuchte er an einem überschaubaren Spezialfall[1] das Verhalten von Energie und Impuls. Für das Linienelement ergab sich hier:

$$ds^2 = -A(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + Bdx_4^2$$

Galt zusätzlich noch $\sqrt{-g} = 1 = \sqrt{A^3B}$, so folgte in erster Näherung für die Impulskomponenten des Energie-Impulstensors

$$m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_1}{dx_4}, \quad m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_2}{dx_4}, \quad m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_3}{dx_4}$$

und für die Energie galt (im Fall der Ruhe) $E = m\sqrt{B}$. An den Ausdrücken für den Impuls kann man ablesen, daß hier $mA/\sqrt{B}$ an Stelle von m die träge Masse beschreibt. Um der Bedingung $\sqrt{-g} = 1 = \sqrt{A^3B}$ zu genügen, mußte nun im Grenzübergang ins räumlich Unendliche A gegen Null konvergieren und gleichzeitig B gegen Unendlich streben. Dadurch war gewährleistet, daß die Energie $E = m\sqrt{B}$ im Unendlichen unendlich groß wird, was ein Entkommen von Materie aus dem System unmöglich macht.

Einstein hatte mit Jakob Grommer radialsymmetrische, statische Gravitationsfelder gesucht, die sich im Unendlichen in der vorstehend beschriebenen Weise verhalten. Ihre Suche war jedoch nicht von Erfolg gekrönt. Dies lag darin begründet, daß aufgrund der geringen Sterngeschwindigkeiten „alle Komponenten von $T^{\mu\nu}$ gegenüber der letzten Komponente T^{44} sehr klein sein müssen“[2] und sich diese Bedingung nicht mit den Grenzbedingungen vereinbaren läßt. Daher kam Einstein zu dem Schluß, „daß derartige Degenerationsbedingungen für die $g_{\mu\nu}$ im räumlich Unendlichen nicht postuliert werden dürfen.“[3] Für Einstein boten sich nun zwei Möglichkeiten:

Zum einen gab es die Möglichkeit, daß die $g_{\mu\nu}$ zu den Minkowskischen Werten degenerieren[4], und zum anderen könnte man auch auf die Angabe allgemein gültiger Grenzbedingungen verzichten und sie für jeden Fall gesondert angeben. Letzteres entsprach nach Einstein einem Verzicht auf die Lösung des Problems und würde von ihm erst dann in Erwägung gezogen, wenn es ihm nicht gelänge,

---

[1] Den allgemeinen Fall hätte man nach Einstein auch betrachten können, aber am Spezialfall des räumlich isotropen Gravitationsfeldes sei bereits das Wesentliche erkennbar.

[2] [Einstein 1917, S. 134]

[3] [Einstein 1917, S. 135]

[4] Was von de Sitter mit den Worten kommentiert wurde:

> “The condition that the gravitational field shall be zero at infinity forms part of the conception of an absolute space, and in a theory of relativity it has no foundation.”[de Sitter 1916b, S. 531]

zu „einer befriedigenden Auffassung vorzudringen."[1] Die erste Möglichkeit war für Einstein aus mehreren Gründen abzulehnen:

- Sie setzt ein spezielles Bezugssystem voraus, „was dem Geiste des Relativitätsprinzips widerstrebt."[2]
- Das Machsche Prinzip ist nicht erfüllt, da durch dieselben Werte der $g_{\mu\nu}$ bei uns und im Unendlichen die Trägheit zwar durch die Masse *beeinflußt*, aber nicht vollends *bestimmt* wird.
- Es besteht nach wie vor die Gefahr der „Verödung" des Universums aufgrund des endlichen Potentials im räumlich Unendlichen.

Einstein gab zu, daß es ihm nicht gelungen sei, Randbedingungen für die $g_{\mu\nu}$ im räumlich Unendlichen anzugeben. Allerdings führte er einen Ausweg an, der einen Meilenstein in der Kosmologie bedeuten sollte: Das räumlich geschlossene Universum. Dieses wird in Abschnitt 4.4 näher erläutert.

Das räumlich geschlossene Universum jedoch löste nicht nur Probleme – es schuf auch neue. Sie fingen bereits bei den Feldgleichungen[3] der allgemeinen Relativitätstheorie an, denn diese

$$G_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) \tag{5}$$

ließen sich nicht mit der geschlossenen Welt vereinbaren. Glücklicherweise ließen sich die Gleichungen erweitern, ohne daß die allgemeine Kovarianz beeinträchtigt wurde und somit die geschlossene Welt als Möglichkeit bestehen blieb. Die modifizierten Feldgleichungen mit einer neuen (unbekannten) universellen Konstante („λ-Glied" oder „Kosmologische Konstante" genannt) lauteten:

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) \tag{6}$$

Wie Einstein herausfand, hing diese neue Konstante mit der mittleren Dichte ϱ des geschlossenen Universums und dessen Radius R auf folgende Weise zusammen:

$$\lambda = \frac{\kappa\varrho}{2} = \frac{1}{R^2}. \tag{7}$$

[1] Wohingegen de Sitter dies als befriedigend ansah, da

> "The 'Allgemeine Relativitätstheorie' is in fact entirely relative, and has no room for anything whatever that would be independent of the system of reference."[de Sitter 1916b, S. 527]

[2] [Einstein 1917, S. 135]

[3] $\kappa \sim$ Gravitationskonstante, $G_{\mu\nu}$ = Einstein-Tensor, $g_{\mu\nu}$ = metrischer Tensor, $T_{\mu\nu}$ = Energietensor. Lateinische Indizes wie i oder j nehmen immer nur die Werte $1 \ldots 3$ an, griechische Indizes wie μ oder ν immer die Werte $1 \ldots 4$.

Das hieß, die neue Konstante λ bestimmte nicht nur die mittlere Dichte ϱ des sphärischen Raumes, sondern auch dessen Krümmungsradius R und damit sein Volumen. Der folgende Abschnitt widmet sich dieser neuen Konstanten, mit deren Auftreten Einstein das Verschwinden der Randbedingungen „erkauft“ hatte.

4.3 Die „kosmologische Konstante“ λ

Was es mit der neuen Konstante Lambda auf sich hat, darüber gab es viele Diskussionen. Kerszberg schreibt dazu:

> “Perhaps no topic has been as controversial in the whole development of twentieth century theoretical cosmology.”[1]

Im folgenden werden einige diesbezügliche Dinge kurz angesprochen, weitergehende Informationen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht relevant sind, finden sich in der entsprechenden Literatur.[2]

Einstein selbst war etwas verwirrt über die Umstände, die mit der Einführung der neuen Konstante zusammenhingen. Am Ende von Paragraph 2 seiner „Kosmologischen Betrachtungen“ stellte er es so dar, als ob die Einführung von λ eine Folge der Krümmung gewesen sei. Am Ende des Artikels hingegen betonte Einstein, daß die positive Krümmung des Raumes durch die enthaltenen Massen auch dann resultieren würde, wenn der Zusatzterm λ nicht eingeführt worden wäre. Er sei „nur nötig, um eine quasistatische Verteilung der Materie zu ermöglichen“[3]. Letztere Aussage paßt zu der Deutung des λ-Gliedes als „schwache abstoßende Kraft“, die der Gravitation überlagert ist und proportional zum Abstand der Körper agiert.

An welche Größenordnung von λ hat man zur Zeit seiner Einführung gedacht? In Doc. 327 gab de Sitter an, daß es sicher sei, daß $\lambda < 10^{-45}\,1/\mathrm{cm}^2$ gelte und daß es wahrscheinlich sei, daß $\lambda < 10^{-50}\,1/\mathrm{cm}^2$ ist. Zu der Frage, ob es nachweisbar sei, daß $\lambda = 0$ ist, sagte de Sitter im gleichen Brief: „Die Beobachtungen können niemals beweisen, daß λ verschwindet, immer nur daß λ kleiner ist als eine anzugebende Größe.“[4] Im seinem Buch von 1934 gab Tolman ebenfalls Werte für Lambda an. Für die beiden (in den Abschnitten 4.4 und 4.5 beschriebenen) Weltmodelle von Einstein (A) sowie de Sitter (B) ermittelte er verschiedene Werte:[5]

$$\begin{aligned} \lambda &\approx 9{,}3 \cdot 10^{-58}\,\mathrm{cm}^{-2} \quad && \mathrm{A} \\ \lambda &= 1{,}08 \cdot 10^{-54}\,\mathrm{cm}^{-2} \quad && \mathrm{B.} \end{aligned}$$

[1] [Kerszberg 1989, S. 164]
[2] z.B. [McCrea 1971]
[3] [Einstein 1917, S. 139]
[4] Doc. 327
[5] [Tolman 1934, S. 345/359]

Schon 1919 hatte Einstein versucht, die Bedeutung von Lambda anders zu interpretieren. In einem Artikel[1] über die Rolle von Gravitationsfeldern im subatomaren Bereich kam Lambda nicht mehr die Rolle einer universellen Natur-Konstante zu, sondern aus ihr wurde eine pure Integrationskonstante. Der Name „kosmologische Konstante“ ist insofern irreführend, da man (wie Einstein 1919) sie auch ohne Verbindung zu kosmischen Bezügen einführen kann.[2]

Andere Wissenschaftler haben sich ebenfalls um eine Interpretation des λ-Gliedes bemüht – so zum Beispiel Eddington. Er war ein entschiedener Befürworter der Konstante, wie man an folgender Aussage von 1933 ablesen kann:

> “I would as soon think of reverting to Newtonian theory as of dropping the cosmical constant.”[3]

Er fand es wegen der Proportionalität von Masse und λ (in 4.4.1 dargelegt) allerdings seltsam, daß nach dem Entstehen (von Sternen) oder der Vernichtung von Materie (Zerstrahlen von Teilchen/Antiteilchen) eine Modifikation des Gravitationsgesetzes zu uns fortschreiten müsse. Eddington interpretierte λ als “absolute energy in a standard zero condition”[4], also als energetischen Nullpunkt, von dem aus Energie und Impuls gemessen werden können.[5] Weiter, so Eddington, könne man λ als natürlichen Längenmaßstab verwenden, da $R = 1/\sqrt{\lambda}$ die Dimension einer Länge habe.[6]

Nachdem die Theorien des expandierenden Universums bekannt waren, ergab sich eine neue Interpretation für die kosmologische Konstante. Sowohl Eddington als auch de Sitter sahen in ihr die „Ursache“ für die Expansion. De Sitter beschrieb dies sehr plastisch:

> „Was ist es denn, was die Expansion verursacht? Wer bläst den Gummiball auf? Die einzig mögliche Antwort ist die: es ist das ‚lambda‘. Es ist das Vorhandensein von ‚lambda‘ [...], welches das Universum nicht nur abschließt [...], sondern ihm die Möglichkeit verschafft, seine Maße zu verändern.“[7]

Zur Zeit der Einführung der kosmologischen Konstante war noch niemandem klar gewesen, daß es sich bei ihr um ein „Trojanisches Pferd“ handelte, welches nach North „in sich eine Lösung eines bis dahin unentdeckten kosmischen Phänomens [die Expansion] trug.“[8]

[1] [Einstein 1919] Die dort aufgestellte Theorie konkurrierte mit der von Gustav Mie aufgestellten „Theorie der Materie“.
[2] [North 1965, S. 84]
[3] nach [Kerszberg 1989, S. 165]
[4] [North 1965, S. 85]
[5] [North 1965, S. 85]
[6] [Eddington 1925, S. 225-229]
[7] [de Sitter 1931, S. 369]
[8] [North 1997, S. 344]

Obwohl es anscheinend viele Argument „für“ das λ-Glied gab, waren viele Wissenschaftler „dagegen“. Selbst Einstein wandte sich 1931 von ihm ab, nachdem er sich von der Expansion des Universums hatte überzeugen lassen.[1] De Sitter hatte von Anfang an die neue Konstante irritiert:

> “It cannot be denied that the introduction of this constant detracts from the symmetry and elegance of Einstein's original theory, one of whose chief attractions was that it explained so much without introducing any new hypothesis or empirical constant.”[2]

Es hatte ihn aber nicht daran gehindert, mit der neuen Konstante zu arbeiten, die für ihn ein (wenn auch nicht sehr eleganter) Teil der Theorie gewesen war.

Auch heutzutage ist die Frage nach der „Existenz“ und der Größe des λ-Gliedes nicht beantwortet, und ironischerweise wurde die Konstante in Zusammenhang mit der Quantentheorie gebracht[3], wo sie unter dem Aspekt der Vakuumenergiedichte untersucht wird.[4]

4.4 Einsteins „Zylinderwelt“

Man kann sagen, daß es mit ein Verdienst de Sitters war, daß Einstein das Entarten der $g_{\mu\nu}$ aufgab und einen anderen Versuch unternahm, dieses Problem zu umgehen. Einstein schrieb in der Postkarte vom 2.2.1917 an de Sitter:

> „Ich schreibe gegenwärtig eine Arbeit[5] über die Grenzbedingungen in der Gravitationstheorie. Ich bin ganz von meiner von Ihnen mit Recht bekämpften Ansicht vom Ausarten der $g_{\mu\nu}$ abgekommen.[6] Ich bin neugierig, was Sie zu der etwas phantastischen Auffassung sagen werden, die ich jetzt ins Auge gefaßt habe.“[7]

Zwei Tage nachdem Einstein an de Sitter geschrieben hatte, deutete er auch in einem Brief an Ehrenfest seine neueste Vorstellung an. Er schrieb:

[1] [Einstein 1931]
[2] [de Sitter 1917a, S. 1225]
[3] Einsteins Verhältnis zur Quantentheorie war nicht unbedingt harmonisch.
[4] z.B. [Overbye 1998]
[5] [Einstein 1917]
[6] Wie bereits in 4.2 erwähnt, war de Sitter *gegen* allgemeine Randbedingungen gewesen.
[7] Doc. 293. Es ist etwas verwunderlich, warum Einstein hier nur eine Andeutung dessen machte, was er vorhatte. Liest man sich die Fußnote 2 des Artikels [de Sitter 1916b] durch, so hat es den Anschein, als ob de Sitter und er bereits über die Konsequenz aus der $g_{\mu\nu}$-Problematik gesprochen, und sich auch schon über eine endliche Welt ausgetauscht hatten. In dem Artikel steht:

> “If we wish to have complete four-dimensional relativity for the actual world, this world must of necessity be finite [Note added (29 Sept.) after a conversation with Prof. Einstein].”[de Sitter 1916b, S. 532]

> „Ich habe auch wieder etwas verbrochen in der Gravitationstheorie, was mich ein wenig in Gefahr setzt, in einem Tollhaus interniert zu werden. Hoffentlich habt Ihr keins in Leiden, dass ich Euch ungefährdet wieder besuchen kann.“[1]

Anscheinend war Einstein sich darüber bewußt, daß er mit seinem Artikel „Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie“ und insbesondere mit seinem neuen Weltmodell nicht nur auf Gegenliebe stoßen würde. In einem Brief an Felix Klein vom 26.3.1917 sah er Kritik bereits als sichere Konsequenz an:

> „Die neue Variante der Theorie bedeutet formal eine Komplizierung der Grundlagen und wird wohl von fast allen Fachgenossen als ein wenn auch interessantes, aber doch mutwilliges und überflüssiges Kunstück angesehen werden, zumal eine empirische Stütze sich in absehbarer Zeit kaum wird herbeischaffen lassen.“[2]

Einstein schlug in diesem neuerlichen Artikel als Ausweg aus dem Grenzbedingungsdilemma eine räumlich geschlossene Welt vor (von F. Klein später als „Zylinderwelt“ bezeichnet)[3]. Als Folge davon mußte Einstein, wie bereits in Abschnitt 4.2 erwähnt, seine Feldgleichungen modofizieren und dabei das „λ-Glied“ hinzufügen, welches nötig ist, damit die räumlich geschlossene, statische Welt als Lösung in Frage kommt.

Was die Realität[4] seiner neuen Auffassung anbelangte, war Einstein zunächst sehr vorsichtig. In einem Brief an de Sitter vom 12.3.1917 schrieb er:

> „Vom Standpunkte der Astronomie ist es natürlich ein geräumiges Luftschloß, das ich da gebaut habe. Aber für mich war die Frage brennend, ob sich der Relativitäts-Gedanke fertig ausspinnen läßt, oder ob er auf Widersprüche führt. [...] Ob das Schema, das ich mir bildete, der Wirklichkeit entspricht, ist eine andere Frage, über die wir wohl nie Auskunft erlangen werden.“[5]

Mit seiner Einführung einer räumlich geschlossenen aber dennoch unbegrenzten, unendlichen Welt setzte Einstein um, was Riemann in seinem berühmten Habilitationsvortrag von 1854 bereits vorweggenommen hatte:

> „Bei der Ausdehnung der Raumkonstruktionen ins Unmeßbargroße ist Unbegrenztheit und Unendlichkeit zu unterscheiden; jene gehört zu den Ausdehnungsverhältnissen, diese zu den Maßverhältnissen. [...]

[1] Doc. 294
[2] Doc. 319
[3] [Klein 1918a, S. 596]
[4] Die Realitätsfrage wird noch gesondert in Abschnitt 4.8.3 behandelt.
[5] Doc. 311

> Die Unbegrenztheit des Raumes besitzt [...] eine größere empirische Gewißheit, als irgend eine äußere Erfahrung. Hieraus folgt aber die Unendlichkeit keineswegs; vielmehr würde der Raum, wenn man Unabhängigkeit der Körper vom Ort voraussetzt, ihm also ein konstantes Krümmungsmaß zuschreibt, notwendig endlich sein, sobald dieses Krümmungsmaß einen noch so kleinen positiven Wert hätte.“[1]

Insofern war die Einführung der geschlossenen Welt eigentlich mathematisch nichts wirklich Neues. Einstein war aber der erste, der ein sphärisches, relativistisches Weltmodell aufstellte und damit einige Probleme, die im Zusammenhang mit der Unendlichkeit standen, lösen konnte (siehe 3.2.2).[2]

Vor der Aufstellung seines Weltmodells hatte Einstein zwei Annahmen über das Universum gemacht:

- Im großen „dürfen wir uns die Materie als über ungeheure Räume gleichmäßig ausgebreitet vorstellen.“[3]
- Das Universum ist statisch, d.h. „es gibt ein Koordinatensystem, relativ zu welchem die Materie als dauernd ruhend angesehen werden darf.“[4]

Im großen sollte die Materie also ruhen, und es sollte eine mittlere Dichte geben, die nicht vom Ort abhängt. Daraus folgerte Einstein, daß „auch die Krümmung des gesuchten Meßraumes eine konstante sein muß.“[5] Wie sieht nun der von Einstein eingeführte sphärische Raum aus? Zunächst betrachtete Einstein die Hyperfläche

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = R^2 \tag{8}$$

[1] [Riemann 1854, S. 316 (S. 284 im Original)]

[2] Schwarzschild hatte bereits 1900 in einem berühmten Artikel „Ueber das zulässige Krümmungsmaass des Raumes“ [Schwarzschild 1900] (welchen Einstein 1917 offensichtlich nicht gekannt hatte) über die Möglichkeiten reflektiert, daß der Raum nichteuklidisch sein könnte. Er war aber zu der Erkenntnis gelangt, daß es zwei Möglichkeiten gebe (elliptisch oder hyperbolisch), zwischen denen man nicht experimentell entscheiden könne. „Man darf“, so Schwarzschild,

> „ohne mit Erfahrungsthatsachen in Widerspruch zu gerathen, die Welt enthalten denken in einem hyperbolischen Raum [...] oder in einem endlichen, elliptischen Raum.“[Schwarzschild 1900, S. 245]

Ebenso sagte er, ließe sich der Krümmungsradius R experimentell nicht ermitteln. Ein Weltmodell hatte Schwarzschild jedoch nicht aufgestellt.

[3] [Einstein 1917, S. 135]

[4] Zum einen gab es zur damaligen Zeit keinen systematischen Beweis für das Gegenteil, und zum anderen war diese Annahme in den Köpfen der meisten Wissenschaftler fest verwurzelt, so daß dies in jener Zeit eine vollkommen akzeptierte Annahme war (vgl. [Ellis 1986, S. 371]).

[5] Alle Zitate aus [Einstein 1917].

und das Bogenelement[1]

$$d\sigma^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 \tag{9}$$

in einem vierdimensionalen euklidischen Raum[2]. Dann bilden die Punkte der Hyperfläche eine dreidimensionale (Hyper-)Sphäre mit Radius R. Der einbettende 4-dim. euklidische Raum dient dabei nur zur vereinfachten Darstellung der Fläche. Das Linienelement ds^2 hat die Form

$$ds^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 - dx_4^2 + c^2dt^2. \tag{10}$$

Oftmals werden nicht wie in (8) kartesische Koordinaten verwendet, sondern Kugelkoordinaten[3]. Damit wird aus dem Bogenelement (9)

$$d\sigma^2 = R^2[d\chi^2 + sin^2\chi(d\psi^2 + sin^2\psi d\theta^2)], \tag{11}$$

das Linienelement ist demzufolge

$$ds^2 = -R^2[d\chi^2 + sin^2\chi(d\psi^2 + sin^2\psi d\theta^2)] + c^2dt^2. \tag{12}$$

Zur Beschreibung des dreidimensionalen Kontinuums bediente sich Einstein nun der x_1, x_2, x_3, indem er auf die Hyperebene $x_4 = 0$ projizierte. Dazu löst man (8) nach x_4 auf und eliminiert es so in Gleichung (9). Diese kleine Rechnung führt auf

$$\begin{aligned} d\sigma^2 &= \gamma_{ij}dx_idx_j \\ \gamma_{ij} &= \delta_{ij} + \frac{x_ix_j}{R^2 - \varrho^2}, \end{aligned} \tag{13}$$

wobei $\varrho^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ gesetzt wird.[4] Da x_4 von allen anderen Größen unabhängig sein sollte, verlangte Einstein daß $g_{44} = 1$ gilt. Ebenso sollte, so Einstein, wie stets bei statischen Problemen $g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0$ gelten. Daher stellt sich $g_{\mu\nu}$ wie folgt dar:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & 0 \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{14}$$

Man liest $g_{\mu\nu}$ leicht an den $\gamma_{\mu\nu}$ aus (13) ab:

[1] Bogenelement: räumlich, Linienelement: raumzeitlich

[2] Anstelle der von Einstein benutzten ξ_i wird hier der Konsistenz wegen x_i benutzt.

[3] Man führe folgende Substitution aus:

$$\begin{aligned} x_1 &= R\sin\chi\sin\psi\sin\theta \\ x_2 &= R\sin\chi\sin\psi\cos\theta \\ x_3 &= R\sin\chi\cos\psi \end{aligned}$$

wobei $0 \le \theta < 2\pi, \quad 0 \le \xi, \psi < \pi$ [de Sitter 1917a, S. 1220]

[4] Abweichend von Einstein, werden hier konsistenterweise lateinische Indizes benutzt.

$$g_{ij} = -\left(\delta_{ij} + \frac{x_i x_j}{R^2 - \varrho^2}\right), \quad g_{44} = 1. \tag{15}$$

4.4.1 Ein anschauliches Modell

Um eine Vorstellung von der Beschaffenheit des Einsteinschen Modelles zu bekommen, geht man über zu einem anschaulichen Modell. Eine dreidimensionale Sphäre läßt sich sicher nicht mit zeichnerischen Mitteln darstellen, weshalb man in Gleichung (8) zwei Raumdimensionen vernachlässigt, wodurch eine eindimensionale Sphäre (Kreis) entsteht, deren Bild sich mit der Zeit verfolgen läßt:

$$x_1^2 + x_2^2 = R^2 \tag{16}$$

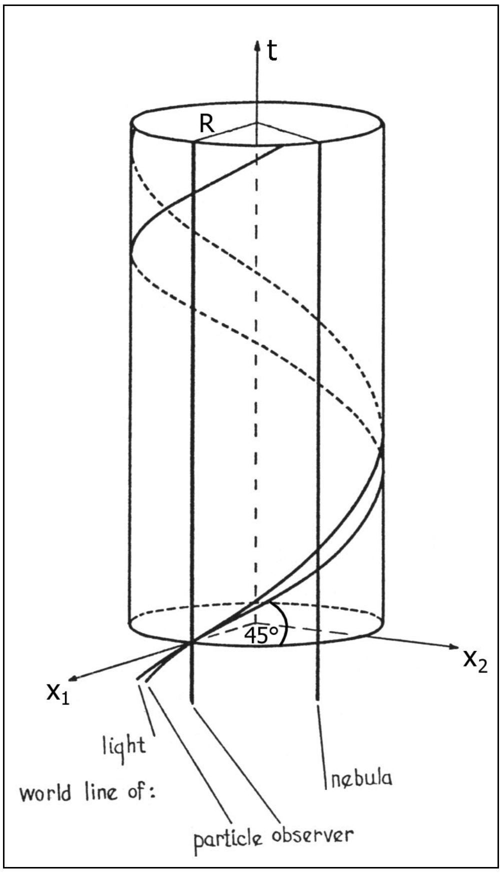

Abb. 5: Zylinderwelt

Dies ist in Abb. 5 dargestellt. An ihr wird ersichtlich, was Felix Klein dazu veranlaßte, die Einsteinsche Welt als „Zylinderwelt“ zu bezeichnen. Man sieht ebenfalls, daß ein zur t-Achse senkrechter Schnitt zu verschiedenen Zeiten stets gleich große Kreise ausschneidet. Dies belegt den statischen Charakter des Einsteinschen Modells. Weiter sind in der Abbildung zu erkennen: Die Weltlinie eines ruhenden Beobachters (observer), eines ruhenden Nebels (nebula), eines Materieteilchens (particle) und die „rechte Hälfte“ seines Lichtkegels (light), ausgesendet zum Zeitpunkt $t = 0$.

In dieser Darstellung wird der Lichtkegel offenbar durch zwei entgegengesetzte Schraubenlinien gegeben, die die x_1x_2-Ebene unter einem Winkel von 45° schneiden. Die Tatsache, daß sich der Lichtkegel und die Weltlinie eines Beobachters mehrmals schneiden, ermöglicht das Auftreten von „Gespenster-Sonnen“[1], also die gleichzeitige Sichtbarkeit eines Himmelskörpers durch Licht aus verschiedenen Epochen (in der Abbildung schneidet die Weltlinie des ruhenden Beobachters den Lichtkegel zweimal). Mit anderen Worten: Licht kann das Universum umrunden und wieder an seinen Ausgangspunkt zurückkehren.[2] Denkt man sich die Zylinderwelt mit der Zeit fortgesetzt, dann

[1] Dies ist 1920 in Briefen zwischen Einstein und de Sitter ein Diskussionspunkt, siehe Anhang B12/13. Siehe auch [Kerszberg 1986, S. 360] und Abschnitt 4.8.2.

[2] Setzt man als Radius den von de Sitter in [de Sitter 1918] abgeschätzten an ($R \approx 1,5 \cdot 10^{23}$ m), so benötigte Licht für einen Umlauf ca. $9,9 \cdot 10^7$ a.

überdecken Inneres und Äußeres des Lichtkegels die ganze Welt beliebig oft, so daß sich die Frage stellt, ob es Probleme mit der Kausalität geben kann. Dieser Aspekt ist allerdings von Einstein und de Sitter in ihren Briefen nicht diskutiert worden (zumindest in dem in dieser Arbeit betrachteten Zeitraum).

Auffällig ist auch, daß dieses kosmologische Modell eine absolute Zeit zuläßt, da offensichtlich eine Koordinate gegenüber den anderen eine besondere Stellung einnimmt. Dies scheint im Widerspruch zu den Prinzipien der RT zu stehen. Dazu bemerkte Einstein:

> „Komisch ist, daß nun endlich doch wieder eine quasi-absolute Zeit und ein bevorzugtes Koordinatensystem erscheint, aber bei voller Wahrung der Relativität.“[1]

Aufgrund der Geschlossenheit der Welt läßt sich auch die gesamte in ihr enthaltene Masse ermitteln, da nach Einstein die mittlere Dichte ϱ als konstant anzunehmen ist. Dazu muß man lediglich das Volumen des sphärischen Raumes kennen, welches $2\pi^2 R^3$ beträgt[2]. Damit ergibt sich für die Masse, wenn man auch noch (7) berücksichtigt:

$$M = \varrho \cdot 2\pi^2 R^3 = \varrho \cdot 2\pi^2 \lambda^{-3/2}. \tag{17}$$

Nach North[3] fand Weyl diesen Zusammenhang fragwürdig, da er unsere Leichtgläubigkeit bis auf das Äußerste herausfordere.[4]

In Kleins „Über die Integralform der Erhaltungssätze und die Theorie der räumlich-geschlossenen Welt“[5] finden sich einige Bemerkungen zu der Transformationsgruppe, die das ds^2 (10) invariant läßt. In diesem Artikel hat Klein bewiesen, daß die größte Gruppe, die dies bewerkstelligt, eine G_7 ist.[6] Diese setzt sich aus einer G_6 (die $d\sigma^2$ als Invariante hat) und einer G_1 (Vermehrung von t

[1] Doc. 298

[2] Bewegt man sich vom Ursprung aus in eine beliebige Richtung, so ist $R \cdot \chi$ die zurückgelegte Entfernung (analog der Bogenlänge $s = r\varphi$ eines Kreises). Die durch Messung gefundene Oberfläche einer Kugel vom Radius $R\chi$ ist $4\pi R^2 sin^2\chi^2$, da für das Linienelement einer Sphäre vom Radius $R\chi$ (und $d\chi = dt = 0$) gilt

$$R^2 sin^2\chi(d\Theta^2 + sin^2\Theta d\varphi^2),$$

was dem Linienelement einer euklidischen Sphäre mit dem Radius $Rsin\chi$ entspricht. Nun läßt sich mittels Integration das Volumen berechnen:

$$\int_0^\pi 4\pi R^2 sin^2\chi \cdot R d\chi = 4\pi R^3 \left[\frac{1}{2}\chi - \frac{1}{4}sin(2\chi)\right]_0^\pi = 2\pi^2 R^3.$$

[3] [North 1965, S. 83]

[4] In dem Sinne „zu schön um wahr zu sein“ zu verstehen.

[5] [Klein 1918a]

[6] [Klein 1918a, §5] Der Index gibt dabei die Anzahl der freien Parameter an.

um eine Konstante) zusammen. Interessant fand Klein, daß wenn man $R \longrightarrow \infty$ konvergieren läßt, die G_7 sich zur G_{10} der Lorentzgruppe erweitert, man also zum Fall der SRT übergeht. Der ausgezeichnete Charakter der Zeit in der Zylinderwelt verschwindet bei diesem Übergang, und die Zeit steht wieder gleichberechtigt neben den Raumrichtungen.

Im de Sitterschen Modell war die Zeit von Anfang an gleichberechtigt mit den Raumrichtungen, so daß in ihm nur relative Zeiten auftraten. Welche weiteren Eigenschaften dieses Modell aufwies wird nun weiter untersucht.

4.5 Das de Sittersche „Modell B“

Nachdem Einstein im Februar des Jahres 1917 das erste relativistische kosmologische Modell aufgestellt hatte, dauerte es nicht lange, bis im März desselben Jahres de Sitter einen alternativen Vorschlag[1] machte (de Sitter hatte die „Kosmologischen Betrachtungen“ von Ehrenfest erhalten[2], dem Einstein ein Exemplar zugesandt hatte). De Sitter bezeichnete Einsteins ursprüngliches Modell als „System A“, sein neues mit „System B“ und die flache Minkowski-Welt mit „System C“. Er war jedoch zunächst sehr vorsichtig, was die Bezeichnung des neuen Modells anging, denn anstatt es als „Welt“ zu bezeichnen verwendete er vorsichtigerweise den Begriff „System“.

Erst nach und nach wandelte sich in der Vorstellung de Sitters die „konstruierte Lösung“ der Feldgleichungen mit λ-Glied in eine mögliche Beschreibung des realen Universums.[3] Einstein hingegen sprach recht schnell von „meiner Welt“ und „ihrer Welt“. In dieser Arbeit wird meist die Bezeichnung „Modell A“ (bzw. B oder C) verwendet, wenn von den verschiedenen Lösungen der Feldgleichungen geredet wird, da sich diese Redeweise durchgesetzt hat.[4]

Daß gravierende Unterschiede zwischen dem Einsteinschen und dem de Sitterschen Modell bestehen, wurde 1923 von Eddington in einem Satz auf den Punkt gebracht:

> „Einsteins sphärischer Raum ist eine Trivialität im Vergleich zu dem de Sitterschen Raum.“[5]

[1] Siehe Doc. 313 bzw. [de Sitter 1917a].
[2] Doc. 298
[3] Man vergleiche die Ausdrucks-/Sprechweise in Doc. 321 bzw. [de Sitter 1917c].
[4] Siehe etwa [CollPap8 1998], [Ellis 1986] oder [North 1965]. Gelegentlich wurde das de Sittersche Modell B auch als „Hyperbelwelt“ bezeichnet, wie etwa in [Weyl 1923, S. 293].
[5] [Eddington 1925, S. 247] Dieses Buch wurde nach [North 1997, S. 343] sogar noch 1954 von Einstein als beste Darstellung der RT in allen Sprachen eingestuft.

In Doc. 313, in welchem das erste Mal das neue System erwähnt wurde, schrieb de Sitter:

> „Ich habe gefunden, daß man den Gleichungen
>
> $$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = 0$$
>
> also Ihre Gleichungen (13a) *ohne Materie* genügen kann durch die $g_{\mu\nu}$ die gegeben sind durch [...]"

In diesem Brief stellte er das Einsteinsche System dem von ihm neuerdings gefundenen System gegenüber. Dabei verwendete er im Fall A $x_4 = ct$ und im Fall B $x_4 = ict$, um besser vergleichen zu können (denn dann handelt es sich auch bei B um eine Sphäre, s.u.). Eingebettet in einem 5-dimensionalen euklidischen Raum gab de Sitter folgende Gleichung für sein System an:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = R^2 \tag{18}$$

Die sich für beide Systeme ergebenden $g_{\mu\nu}$ stellte de Sitter gegenüber.[1]

$$\begin{array}{c|c} \text{A} & \text{B} \\ g_{ij} = -\delta_{ij} - \frac{x_i x_j}{R^2 - \sum' x_n^2} & g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} - \frac{x_\mu x_\nu}{R^2 - \sum x_n^2} \\ g_{44} = 1 & \end{array} \tag{19}$$

Man kann leicht ablesen, daß die $g_{\mu\nu}$ für $x_n \to \infty$ im Fall A gegen

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{20}$$

und im Falle B gegen

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{21}$$

konvergieren. Die Tatsache, daß in (20) $g_{44} = 1$ bleibt, hat nach de Sitter nahegelegt, auch die vierte Dimension in die Krümmung mit einzubeziehen. Dieser Vorschlag, der zuerst von Ehrenfest gegenüber de Sitter geäußert wurde[2], hat als Konsequenz, daß – da $g_{\mu\nu}$ im Unendlichen identisch Null ist – $g_{\mu\nu}$ dort invariant gegenüber allen Transformationen ist, wohingegen aus (20) die Bedingung $t' = t$

[1] Dabei bedeutet $\sum'$ eine Summe von 1 bis 3, $\sum$ eine Summe von 1 bis 4.

[2] Siehe Fußnote 1 auf S. 1219 in [de Sitter 1917a]. Nach Kerszberg hat Ehrenfest diese Idee bereits 1912 gehabt, aber aufgrund der absehbaren Konsequenzen schnell wieder verworfen [Kerszberg 1989, S. 142].

folgt. Um dem sphärischen Charakter besser gerecht zu werden, ging de Sitter über zu (hypersphärischen) Kugelkoordinaten[1]. Damit wird das de Sittersche Linienelement zu

$$ds^2 = -R^2 \left\{ d\omega^2 + \sin^2\omega \left[d\chi^2 + \sin^2\chi \left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2 \right) \right] \right\}, \tag{22}$$

was analog zu (11) ist. Mittels einer Stereographischen Projektion bildete de Sitter diese 4-dimensionale Hypersphäre in eine 4-dimensionale euklidische Ebene ab und führte in dieser rechtwinklige Koordinaten ein.[2] In der Ebene ergab sich für die $g_{\mu\nu}$

$$g_{ij} = -\frac{\delta_{ij}}{(1+\sigma h^2)^2}, \quad g_{44} = \frac{1}{(1+\sigma h^2)^2}, \tag{23}$$

wobei $\sigma = \frac{1}{4R^2}$. Das Degenerationsverhalten von (23) ist identisch mit dem von (21). Um den Zusammenhang zwischen σ und λ zu bestimmen, setzte de Sitter die Werte (23) in die Feldgleichungen (6) ein. Er nahm dazu (wie Einstein) an, daß die Materie gleichmäßig verteilt ist und ruht, was $T_{44} = g_{44}\varrho$ und für alle anderen Komponenten $T_{\mu\nu} = 0$ bedeutete. Aus den Feldgleichungen folgte dann

$$\lambda = \frac{3}{R^2}, \quad \varrho = 0. \tag{24}$$

Unter Annahme einer homogenen, in Ruhe befindlichen isotropen Materieverteilung folgte also mit den Voraussetzungen des de Sitterschen Modells, daß es in ihm keine Materie gab! Diese Aussage muß noch etwas präzisiert werden, denn schon in der ersten Veröffentlichung[3] seines kosmologischen Modells hatte de Sitter zwei Arten von Materie unterschieden: „Ordinary matter“, d.h. Sonne, Sterne usw. und die hypothetische „world matter“ (Weltmaterie) – von ihm auch als „übernatürliche Massen“ bezeichnet. Die Weltmaterie bezeichnet die Materie, die von Einstein als „ferne Massen“ zur Erklärung der Trägheit herangezogen wurde. Im geschlossenen Weltmodell A ist diese Weltmaterie mit konstanter Dichte im ganzen Raum verteilt zu denken, da sie nun nicht mehr im Unendlichen lokalisiert sein kann. Weil in obiger Rechnung das Universum im ganzen betrachtet wurde,

[1]

$$\begin{aligned} x_1 &= R\sin\omega\sin\chi\sin\psi\sin\theta \\ x_2 &= R\sin\omega\sin\chi\sin\psi\cos\theta \\ x_3 &= R\sin\omega\sin\chi\cos\psi \\ x_4 &= R\sin\omega\cos\chi \end{aligned}$$

[2] Komplette Transformation siehe [de Sitter 1917a, S. 1220]. Von besonderem Interesse: $h = 2R\tan\frac{1}{2}\omega$, $x^2+y^2+z^2-c^2t^2 = h^2$, siehe auch Abschnitt (4.7.2).

[3] [de Sitter 1917a]

war mit Materie die Weltmaterie gemeint, denn „ordinary-matter“ war nach de Sitter für globale Betrachtungen vernachlässigbar.[1]

Obwohl er sich bewußt war, daß Einstein keine Unterscheidung mehr zwischen Gravitation und Trägheit machte, sagte de Sitter:

> “Nevertheless it is convenient to continue to make a difference.”[2]

Um dies zu erklären gab er an, daß der reine Trägheitsanteil von $g_{\mu\nu}$ die Minkowskischen Werte wären (bei geeigneter Koordinatenwahl) und daß Abweichungen davon auf den Einfluß gravitierender (gewöhnlicher) Materie zurückführbar seien.[3] Für de Sitter war die gewöhnliche Materie kondensierte Weltmaterie. Trägheit würde demzufolge von der gesamten Weltmaterie erzeugt, Gravitation von den lokalen Abweichungen von der Homogenität.[4] Da Modell B keine Weltmaterie enthielt, enthielt es demzufolge auch keine gewöhnliche Materie, war also materiefrei.

Im Modell A verhielt es sich mit der Weltmaterie anders. Aufgrund der Lösung der Feldgleichungen, die für ϱ einen endlichen Wert ergab, wäre es eine logische Unmöglichkeit, von vorneherein anzunehmen, daß es keine Weltmaterie im Modell A gebe. Für de Sitter war demzufolge im Modell A die Weltmaterie der Raum selbst bzw. untrennbar mit dem Raum verbunden.[5] Eine ausführliche Behandlung der Materie-Problematik findet sich in dem Buch von Kerszberg.[6]

An dieser Stelle muß noch auf einen anderen Gedankengang de Sitters eingegangen werden. Er „zerlegte“ das Machsche Prinzip in zwei verschiedene Konzepte:[7]

- **„material postulate“ of relativity of inertia:** Damit bezeichnete er den Standpunkt, der die Existenz einer Welt ohne Materie für eine logische Unmöglichkeit hielt. Dem stellte er zur Seite das

[1] Dies war im Einklang mit den damaligen Beobachtungen. In [de Sitter 1917c, S. 25] schätzte de Sitter die Gesamtmasse aller Galaxien mit $M_G = 4 \cdot 10^{46}$ kg ab. Der von ihm an selber Stelle abgeschätzte Masseninhalt der Zylinderwelt (vgl. Gleichung (17)) war $M_0 = 1{,}4 \cdot 10^{50}$ kg, was einem Verhältnis $\frac{M_G}{M_0} = \frac{1}{3500}$ entspricht.

[2] [de Sitter 1917c, S. 3]

[3] North ist sich nicht sicher, ob man aufgrund der Trennung von Gravitation (von gewöhnlicher Materie erzeugt) und Trägheit (von Weltmaterie erzeugt) de Sitter beschuldigen könnte, nicht vollständig im Geiste der ART gedacht zu haben, siehe [North 1965, S. 106].

[4] [de Sitter 1917c, S. 5] In Doc. 351 machte Einstein de Sitter darauf aufmerksam, daß es seiner Meinung nach außer den Sternen keine Weltmaterie gebe, da er sich die in den Sternen enthaltene Materie gleichmäßig über den ganzen Raum verteilt denke. Für Einstein war also die gesamte Weltmaterie als kondensiert anzusehen. De Sitter ließ sich aber nicht von seinem Konzept abbringen und machte weiterhin eine Unterscheidung, was man an seinem „Third paper“ (vom November 1917) sieht. Er schloß dort allerdings nicht aus, daß die gesamte Weltmaterie kondensiert sein könnte.

[5] [de Sitter 1917a, S. 1222]

[6] [Kerszberg 1989, S. 194-201]

[7] Für mehr Informationen: [Kerszberg 1989, S. 191ff].

- **„mathematical postulate“ of relativity of inertia:** Dieses bezeichnete die Forderung, daß im Unendlichen die $g_{\mu\nu}$ verschwinden sollen,[1] die dadurch dort invariant gegenüber beliebigen Transformationen werden. Damit wäre gewährleistet, daß die Trägheit (sowie die Gravitation) von den Massen zu 100% bestimmt wird. Dieses Postulat ist allerdings von Materie unabhängig.

Das „mathematical postulate“ impliziert, daß es für die gesamte Welt möglich sein müßte, beliebige Bewegungen auszuführen. Diese wären für uns aber nicht nachweisbar. Daher habe es keinerlei physikalische Bedeutung, so de Sitter. Beide Postulate benötigten aber die Einführung der Konstante λ.[2]

De Sitter analysierte die Situation wie sie sich nun für ihn darstellte: Um das „material postulate“ zu erfüllen, müsse Modell A gewählt werden, was wiederum die Zeit absolut werden ließe. Um das „mathematical postulate“ zu erfüllen müsse Modell B gewählt werden, in dem die Zeit relativ sei, in dem es dafür aber keine Materie gebe. Für beide Modelle wurde λ benötigt. Um die Einführung von λ gänzlich zu vermeiden, so de Sitter, müsse man die Relativität der Trägheit (Machsches Prinzip) verwerfen.[3]

4.5.1 Ein anschauliches Modell

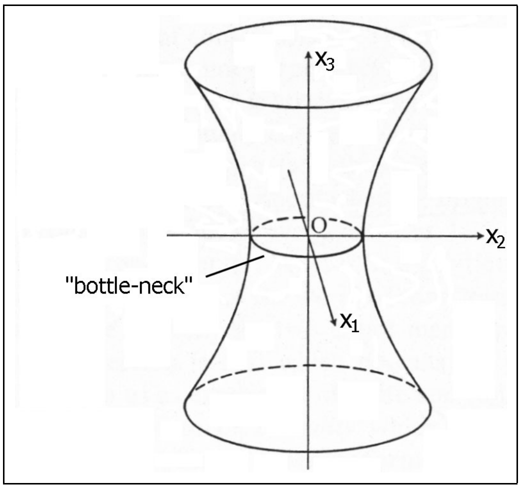

Abb. 6: Modell B

Um sich eine Vorstellung vom „Aussehen“ der de Sitterschen Welt machen zu können, ist analog zum Zylindermodell eine Reduktion der Raumkoordinaten erforderlich.[4] Außerdem ist die Zeit reell zu wählen. Aus Gleichung (18) wird dann

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = R^2. \qquad (25)$$

Hier sind $x_4 = x_5 = 0$ gewählt und x_3 spielt die Rolle der Zeit (was keine zwingende Wahl ist, da natürlich eine Lorentztransformation durchgeführt werden könnte). Gleichung (25) beschreibt einen einschaligen Hyperboloid (siehe Abb. 6). Nicht immer repräsentiert der ganze Hyperboloid die de Sittersche Welt, was in Abschnitt 5.2 gezeigt wird. Die Endlichkeit des Modells B kann man an der Abbildung auch erkennen, da ebene

[1] [de Sitter 1917c] In [de Sitter 1917a] ließ er alternativ auch das Verschwinden lediglich der g_{ij} oder die Invarianz der $g_{\mu\nu}$ gegenüber allen Transformationen darunter fallen.
[2] [de Sitter 1917c, S. 4f]
[3] [de Sitter 1917a, S. 1225, postscript]
[4] Siehe dazu [Schrödinger 1956, S. 3]. In diesem Buch werden viele Eigenschaften des Modells B an diesem anschaulichen Modell erklärt.

Schnitte senkrecht zur x_3-Achse endliche Räume ausschneiden. Man kann anhand der Abbildung schon vermuten, an welchem Punkt Einstein Kritik üben wird. Vergleicht man den Radius der ebenen Schnitte, so ist dieser mitnichten konstant. Diese und weitere Kritik wird in Kapitel 4.6 behandelt werden.

4.6 Einsteins Kritik am „Modell B“

Mit der Angabe einer Lösung der Feldgleichungen (6) *ohne* Materie hatte de Sitter einen zentralen Punkt der Einsteinschen Vorstellung angegriffen: Das Machsche Prinzip.[1] Die Tatsache, daß in Modell B ohne Vorhandensein von Materie der $g_{\mu\nu}$-Tensor nicht verschwindet bedeutet ja, daß ein in das (leere) de Sittersche Universum eingebrachter Probekörper Trägheitskräfte erfahren würde. Dies war für Einstein nicht hinnehmbar. Er schrieb vier Tage nachdem de Sitter sein Modell aufgestellt hat an diesen:

> „Es wäre nach meiner Meinung unbefriedigend, wenn es eine denkbare Welt ohne Materie gäbe. Das $g_{\mu\nu}$-Feld soll vielmehr *durch die Materie bedingt sein, ohne dieselbe nicht bestehen können.*“[2]

Neben diesem generellen Mangel der de Sitterschen Welt fand Einstein noch konkretere „Mißstände“ im de Sitterschen Modell, an denen er Kritik üben konnte. Diese Kritik ist grob in drei Stränge aufteilbar und wird in den folgenden Abschnitten behandelt.[3]

4.6.1 Die 1. Singularität

Nachdem de Sitter sein Modell mittels Stereographischer Projektion in einen 4-dimensionalen euklidischen Raum abgebildet hatte, ergab sich für die $g_{\mu\nu}$ in diesem Raum

$$g_{ij} = -\frac{\delta_{ij}}{\left(1+\sigma h^2\right)^2}\,, \quad g_{44} = \frac{1}{\left(1+\sigma h^2\right)^2}. \tag{26}$$

Für den Fall $1 + \sigma h^2 = 0$ haben die $g_{\mu\nu}$ offensichtlich eine singuläre Stelle.[4] Einstein schrieb:

> „Derartige Singularitäten sind im physikalisch-Endlichen auszuschließen.“[5]

[1] Zu diesem Zeitpunkt hatte Einstein allerdings noch keine Definition dieses Begriffs gegeben.
[2] Doc. 317
[3] siehe dazu [EarEis 1999, S. 191-194]
[4] Es wird nicht die Original-Notation von Einstein aus Doc. 317 benutzt, sondern konsistenterweise die Notation aus [de Sitter 1917a] verwendet. Dies ändert inhaltlich nichts.
[5] Doc. 317. An dieser Stelle sieht man das erste Mal recht deutlich, daß Einstein an eine Lösung der Feldgleichungen eine weitere Bedingung knüpfte, damit eine (formal richtige) Lösung auch in seinem Sinne physikalisch sein konnte. Diese Bedingung war, daß die $g_{\mu\nu}$ überall (lokal) stetig sein sollten.

Im Anschluß daran berechnete er, daß die singuläre Stelle im Endlichen liegt. Dabei unterlief ihm allerdings ein Rechenfehler, denn in Wahrheit war die von ihm berechnete Distanz nicht endlich sondern unendlich.
Anhand der beiden Abbildungen 7 und 8 läßt sich die Sachlage sehr leicht nachvollziehen. Die singulären Stellen

$$1 + \sigma h^2 = 0 \quad \text{oder} \quad 4R^2 + x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0 \tag{27}$$

liegen, wie man an der rechten Gleichung sehen kann, auf einem zweischaligen Hyperboloid (in den Abbildungen mit H bezeichnet). Die grau hinterlegten Gebiete innerhalb dieses Hyperboloids H sind die Stellen, die nicht zum Bild des ursprünglichen Hyperboloiden gehören. In Abb. 8 ist die Strecke $\overline{OA}$ eingezeichnet, die Einstein berechnen wollte. Der Abstand $\overline{OA}$ berechnet sich zu

$$\int_0^{2R} ds = \int_0^{2R} \sqrt{g_{44}c^2dt^2} = \int_0^{2R} \frac{c}{1+\sigma h^2}dt = \int_0^{2R} \frac{c}{1-\sigma c^2t^2}dt = \infty, \tag{28}$$

und ist nicht, wie Einstein fälschlicherweise fand, endlich. In seiner ersten Re-

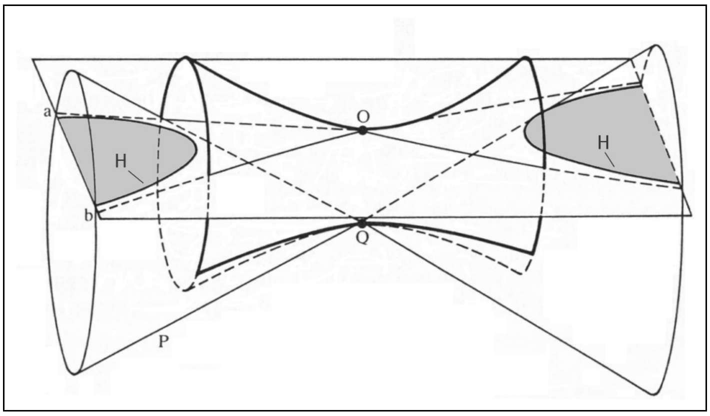

Abb. 7: Hyperboloid mit Projektionsebene

aktion (Doc. 321) auf Einsteins Einwände hatte de Sitter also richtig vermutet[1], daß es sich bei der Singularität lediglich um eine Besonderheit bei der Abbildung eines Hyperboloids handelt. Die Postkarte des Leidener Wissenschaftlers Kluyver[2] an de Sitter vom 2. April bestätigte die Vermutung, da auf ihr die richtige Lösung der Rechnung an de Sitter geschickt worden war.

[1] Er befand sich zu dieser Zeit in einem Sanatorium und hatte keine Bücher zur Hand, so daß er nicht rechnen konnte.

[2] Nach Doc. 317 Fußnote 6 kam die Postkarte vom Leidener Mathematik-Professor Jan Kluyver, nach [Kahn 1975a, S. 453] und [Kerszberg 1989, S. 189] kam sie vom Assistenten de Sitters gleichen Nachnamens. Da sich alle Quellen auf den Nachlaß de Sitters berufen, ließe sich die Frage wohl nur durch Einsicht der Originale in Leiden klären.

In dem Antwortschreiben[1] auf die Vermutung de Sitters gestand Einstein, daß er die Erklärung noch nicht begriffen habe. Dies war vermutlich durch den Fehler de Sitters bedingt, der in [de Sitter 1917a] irrtümlicherweise von einem zweischaligen Hyperboloid gesprochen hatte, als er von (18) redete.[2] Am 18. April teilte de Sitter Einstein die richtige Lösung der Berechnung mit und betonte am Schluß nochmals: „Das λ-Glied hat ‚meine' vierdimensionale Welt auch, aber *keine* ‚*Weltmaterie*'."[3] Einsteins zeitweilige Behauptung von der Existenz einer Singularität im räumlich Endlichen konnte de Sitter also widerlegen.

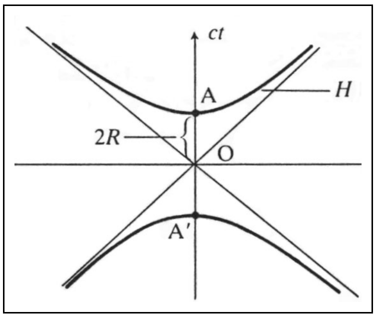

Abb. 8: Entfernung der 1. Singularität vom Ursprung

4.6.2 Der „Kreisreifen"

Etwa zwei Monate später, am 14. Juni, übte Einstein in einem weiteren Brief[4] an de Sitter erneut Kritik an Modell B. Es waren drei verschiedene Kritikpunkte, von denen der erste eine Wiederholung seiner Forderung war, daß es keine Welt ohne Materie geben dürfe. Der dritte Punkt übte Kritik an der Nichtkonstanz[5] von g_{44} – bei der Konstruktion seines Modells A war dies eine Prämisse gewesen.

Der zweite Kritikpunkt setzte an der Stelle an, die bereits in Abschnitt 4.5.1 angedeutet wurde. Einstein bemängelte, daß in de Sitters Welt nicht alle Punkte gleichwertig seien. Er schrieb: „Man kann für genügend negative t einen starren Kreisreifen in Ihre Welt setzen, der bei $t = 0$ in Ihrer Welt keinen Platz hat." Damit meinte er die in Abb. 6 sichtbare „Engstelle" (von Schrödinger als „bottle-neck" bezeichnet)[6] für $x_3 = 0$, denn senkrechte Schnitte zur x_3-Achse liefern an dieser Stelle einen Schnittkreis mit minimalem Radius. Anscheinend war für de Sitter dieses Argument nicht so wichtig, denn in dem nächsten Brief an Einstein (Doc. 355) ging de Sitter nicht auf den „Kreisreifen" ein. Einstein selbst griff in seinem nächsten Brief (Doc. 356) den Kritikpunkt erneut auf und erläuterte, weshalb ein Punkt seiner Ansicht nach ausgezeichnet sei. Diesmal argumentierte er in der stereographischen Ebene. Er sagte, daß der Lichtkegel eines jeden Punktes das (zeitlich) Unendliche (den zweischaligen Hyperboloid) schneide. Nur der Lichtkegel *eines* Punktes (in Abb. 8 mit O bezeichnet) schneide das Unendliche überhaupt nicht, sondern nähere sich ihm asymptotisch. „Jener Punkt ist also de fakto ausgezeichnet." „Dies", so Einstein, „soll natürlich keine Widerlegung sein; aber mich irritiert dieser Umstand."[7]

[1] Doc. 325
[2] Berichtigung in [de Sitter 1917b].
[3] Doc. 327
[4] Doc. 351
[5] Es war genäherte räumliche Konstanz gemeint.
[6] [Schrödinger 1956, S. 4]
[7] Beide Zitate aus Doc. 356.

In den Briefen findet sich keine Stelle, an der dieser „Umstand“ aufgelöst oder erklärt wurde. Lediglich die kurze Feststellung in dem Brief vom 22.7.17 an de Sitter, daß alle Punkte räumlich gleichwertig seien, macht sichtbar, daß es Einstein zu diesem Zeitpunkt klar war, daß bei Wahl einer anderen Projektionsebene der ausgezeichnete Punkt (er ist ja der Berührpunkt von Ebene und einschaligem Hyperboloid) in einen anderen übergeht – der ausgezeichnete Punkt also von der Wahl des Koordinatensystems abhängt.[1] Schrödinger stellt den Sachverhalt etwas anders dar.[2] Er argumentiert auf dem einschaligen Hyperboloid im $\mathbb{R}^3$ (seinem sogenannten „reduzierten Modell“), wobei die Argumente auch auf dem vollen Modell B gelten. Auf dem Hyperboloid seien wegen (18) alle Punkte gleichwertig, so Schrödinger. Daher könne der „bottle-neck“ nur scheinbar ausgezeichnet sein. Führe man nämlich eine Lorentz-Transformation im $\mathbb{R}^3$ aus, so würde der „bottle-neck“ auf eine Ellipse abgebildet, deren Ebene (die durch den Ursprung verläuft) mit der x_1x_2-Ebene einen Winkel $< 45\,°$bildet. Alle solchen Ellipsen seien demzufolge äquivalent, d.h. jede Ellipse ist in ihrem speziellen Bezugssystem der „bottle-neck“.

Kerszberg bemerkt, daß Einstein mit der Existenz des scheinbar ausgezeichneten Punktes die Existenz eines *Ereignishorizonts* im de Sitterschen Modell entdeckt habe. An dieser Stelle der Geschichte wurde nach Kerszberg zum ersten Mal die Horizontproblematik erkannt – wenn auch in sehr unbeholfener Terminologie.[3] Einsteins Feststellung, daß der Lichtkegel sich asymptotisch dem zeitlich Unendlichen nähere, besagt, wenn man das Ganze andersherum betrachtet, daß es Punkte gibt, von denen Licht unendlich lange bis zum Beobachter benötigt. Ausführliche Betrachtungen zu Horizonten finden sich in [Rindler 1956], siehe auch Abschnitt 4.7.1 dieser Arbeit.

Der nun als letztes erläuterte Einwand Einsteins konnte sich am längsten halten und wurde erst ca. ein Jahr nach der erstmaligen Nennung von Einstein von Klein entkräftet (siehe 5.2).

4.6.3 Die 2. Singularität

Am 20. Juni 1917 hatte de Sitter in einem Brief[4] an Einstein die Metrik in einer neuen Weise geschrieben. Dazu hatte er die sphärischen (bzw. hypersphärischen) Linienelemente aus Doc. 313

$$\text{(A)} \qquad ds^2 = -R^2[d\chi^2 + sin^2\chi(d\psi^2 + sin^2\psi d\theta^2)] + c^2dt^2 \tag{29}$$

$$\text{(B)} \qquad ds^2 = -R^2\left\{d\omega^2 + \sin^2\omega\left[d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2\right)\right]\right\} \tag{30}$$

[1] Siehe auch Doc. 356, Fußnote 8.
[2] [Schrödinger 1956, S. 4f]
[3] [Kerszberg 1989, S. 190]
[4] Doc. 355

mittels

$$r = R\chi \quad \text{(für A)} \qquad\qquad \begin{aligned} \tan(it/R) &= \tan\omega\cos\chi \quad \text{(für B)} \\ \tan(r/R) &= \sin\omega\sin\chi \end{aligned}$$

transformiert. Der Vollständigkeit halber nahm er noch den flachen Minkowskischen Fall hinzu und schrieb die Linienelemente in der folgenden Form:[1]

$$\text{(A)} \qquad ds^2 = -dr^2 - R^2 \sin^2 \frac{r}{R} \left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2\right) + c^2dt^2 \tag{31}$$

$$\text{(B)} \qquad ds^2 = -dr^2 - R^2 \sin^2 \frac{r}{R} \left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2\right) + \cos^2 \frac{r}{R} c^2dt^2 \tag{32}$$

$$\text{(C)} \qquad ds^2 = -dr^2 - r^2 \left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2\right) + c^2dt^2 \tag{33}$$

Anhand dieses direkten Vergleichs kann man gut die Unterschiede und Gemeinsamkeiten erkennen. Einstein reagierte erst einen Monat später, am 22. Juli auf diese neuen Form des Linienelements. In seinem Brief[2] schrieb er, daß er diese Form des Linienelements für (B) „sehr instruktiv" finde. Diese später als „statische" Form des Linienelements bezeichnete Darstellung birgt eine weitere Besonderheit des Modells B. Durch die Diskussion über die Eigenschaften und Folgen der Besonderheit wurden im weiteren Verlauf der Diskussion H. Weyl und F. Klein mit einbezogen.

Einstein betrachtete eine ruhende Uhr ($dr = d\psi = d\theta = 0$) im Modell B. Für die Gang-Geschwindigkeit dieser Uhr gilt

$$\frac{ds}{dt} = c\cos\frac{r}{R}, \tag{34}$$

sie ist „also mit dem Orte verschieden und erreicht in einem ‚Äquator' den Wert null."[3] Der „Äquator" ist dabei die Menge aller r, für die $r = \frac{1}{2}\pi R$ gilt, was den Cosinus verschwinden läßt. Eine solche Singularität, an der $g_{44} = 0$ wird, das Gravitationspotential minimal wird und die Lichtgeschwindigkeit verschwindet, war nach Einsteins Meinung auszuschließen. Weiterhin bemängelte er, daß sich am Äquator für die Gesamtenergie eines Massenpunktes $E_{\text{ges}} = g_{44}\frac{dx_4}{ds}$ ergebe, welche somit dort verschwinden würde. Dadurch hätten Massen „das Bestreben, sich im ‚Äquator' anzuhäufen."[4] In seinem nächsten Brief[5] wiederholte Einstein sein Argument und fügte noch hinzu, daß wenn die Energie $m\sqrt{g_{44}}$ eines ruhenden Massenpunktes am Äquator verschwinde, er dort überhaupt nicht existieren

[1] An dieser Stelle wird nicht exakt die Notation aus diesem Brief verwendet, sondern die Notation aus [de Sitter 1917c], bei der die Zeit t mit der Lichtgeschwindigkeit c multipliziert auftritt, wodurch alle Dimensionen gleiche Einheiten aufweisen.

[2] Doc. 363

[3] Doc. 363

[4] Zur Wahl des Wortes „Äquator" und zur Sammlung der Massen siehe auch [Weyl 1921, S. 254].

[5] Doc. 366

könne. Dies fand Einstein sinnwidrig. Zu diesem Zeitpunkt war er aber noch nicht in der Lage, diese „Sinnwidrigkeit“ durch eine zusätzliche Bedingung an eine Lösung der Feldgleichungen zu formulieren:

> „Allerdings sehen Sie aus meiner mehr physikalischen Überlegungsweise, dass ich nicht imstande bin, die Bedingung, welcher die vierdimensionale Welt zur Vermeidung derartiger Singularitäten zu genügen hat, exakt (invariant) zu formulieren. Möchten Sie sich nicht in dieser Richtung bemühen?“[1]

Am 8. August[2] kam Einstein zu folgendem Schluß: Im Fall A sei die Materie gleichförmig verteilt und im Fall B sei die gesamte Materie am Äquator konzentriert (oder wie Eddington es später beschrieb: „de Sitter hätte dann also lediglich den ganzen Staub in die Ecken gefegt, die sich der Beobachtung entziehen“[3]). Dies kommentierte de Sitter auf der Rückseite des Briefes wie folgt:

> “That would be ‘distant masses’ yet again! If we should have $g_{44} = 0$ for $r = 1/2\pi R$ due to ‘matter’ present there, how large would the ‘mass’ of that matter have to be? I suspect ∞! I *do not* adopt this matter as ordinary matter. It is a *materia ex machina* to save Mach’s dogma.”[4]

Wieder hatte de Sitter mit fernen Massen zu kämpfen, die er doch so vehement ablehnte (vgl. Abschnitt 4.1).

Der nächste Brief[5] von de Sitter an Einstein ist datiert auf den 10. April 1918. Er war demzufolge knapp 8 Monate nach Einsteins letztem Brief verfaßt worden (falls es in der Zwischenzeit weitere Briefe gegeben haben sollte, sind diese vermutlich nicht erhalten geblieben). In diesem Brief reagierte de Sitter auf einen Artikel[6] Einsteins. In jenem Artikel hatte Einstein seine Bedenken gegen Modell B, die bislang den Briefen vorbehalten waren, veröffentlicht. Einstein schrieb, daß wenn die de Sittersche Lösung die Feldgleichungen für alle im endlichen gelegenen Punkte[7] erfüllen wolle, die $g_{\mu\nu}$ (bzw. $g^{\mu\nu}$) stetig und differenzierbar sein müßten. Er hatte es also doch noch geschafft, die ihm in Doc. 362 und Doc. 364 noch fehlende Zusatzbedingung an eine Lösung der Feldgleichungen zu formulieren.

Wenn er bei der Formulierung der Bedingung von Stetigkeit sprach, dann meinte er keine globale Stetigkeit, sondern daß bei geeigneter Koordinatenwahl in der Umgebung eines jeden Punktes die Stetigkeitsforderung erfüllbar werden

[1] Doc. 366
[2] Doc. 370
[3] [Eddington 1925, S. 244]
[4] Doc. 370, Fußnote 3
[5] Doc. 501
[6] [Einstein 1918]
[7] Im endlichen gelegene Punkte sind für Einstein die Punkte P, die von einem Anfangspunkt P_0 den Abstand $\int_{P_0}^{P} ds < \infty$ haben.

sollte. Insbesondere dürfe die Determinante $g = |g_{\mu\nu}|$ im Endlichen nicht verschwinden. Für die Determinate gilt bei Wahl des Linienelements (32):

$$g = -R^4 \sin^4 \frac{r}{R} \sin^2 \psi \cos^2 \frac{r}{R}. \tag{35}$$

Für $r = 0$ und $\psi = 0$ sei das Verschwinden von g nur eine scheinbare Verletzung der Stetigkeitsbedingung, wie durch geeignete Koordinatenwahl bewiesen werden könne. An der Stelle $r = \frac{1}{2}\pi R$ aber könne man die Unstetigkeit scheinbar nicht durch Koordinatenwahl beseitigen.[1]

Um zu zeigen, daß die Punkte der Fläche $r = \frac{1}{2}\pi R$ im Endlichen liegen, wählte Einstein für P_0 den Punkt $r = t = 0$, so daß bei konstantem ψ, θ, t das Integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}R} dr \tag{36}$$

endlich ist (diesmal überzeugte Einstein sich davon, daß die singuläre Stelle tatsächlich im Endlichen liegt, nachdem er bei der 1. Singularität den Rechenfehler begangen hatte). Es sei also bis zum Beweis des Gegenteils anzunehmen, daß die de Sittersche Lösung eine echte Singularität aufweise.

Einstein gab im gleichen Atemzug zu, daß, falls die de Sittersche Lösung keine Singularität aufweisen würde, gezeigt sei, „daß der durch die Einführung des »λ-Gliedes« von mir beabsichtigte Zweck nicht erreicht wäre“[2] (damit wäre Modell B dann ein Gegenbeispiel für das Machsche Prinzip, was er allerdings nur in dieser impliziten Form vorausschauend zugegeben hat). Er wiederholte nach dieser Aussage seine Forderung nach der vollständigen Bestimmtheit des $g_{\mu\nu}$-Feldes durch die Massen. Im letzten Abschnitt gab er schließlich noch seine Interpretation der Singularität an – den massenerfüllten Äquator.

Doch nun zurück zu der Korrespondenz und dabei speziell zu dem Brief[3] vom 10. April. In diesem antwortete de Sitter auf die eben dargestellten Argumente aus [Einstein 1918]. Einsteins Forderung, daß die Feldgleichungen für alle Punkte im Endlichen gelten sollen, bezeichnete de Sitter als *Philosophische* Forderung. Um sie zu einer *Physischen* zu machen müsse man sagen „alle *physisch erreichbaren Punkte*“[4]. De Sitter verwies auf sein inzwischen (Nov. 1917) veröffentlichtes

[1] Das dies nicht so ist, wird in Abschnitt 5.2 durch Klein gezeigt werden. Ein sehr einleuchtendes, allgemeineres Argument sei an dieser Stelle bereits vorweggenommen: Die Tatsache, daß sich die de Sitter Welt als vollkommen reguläre Hyperfläche in einem höherdimensionalen, einbettenden Raum darstellen läßt (vgl. 4.5), deutet darauf hin, daß jede auftretende Singularität ein Artefakt der Koordinatenwahl sein muß, siehe „Editorial note“ [CollPap8 1998, S. 356].

[2] [Einstein 1918, S. 271]

[3] Doc. 501

[4] Doc. 501

„Third paper", in dem er auf den Seiten 17-18 gezeigt hatte, daß die Punkte der Fläche $r = \frac{1}{2}\pi R$ physisch unerreichbar sind. Für einen Lichtstrahl ausgehend vom Ursprung entlang der r-Koordinate gilt:

$$T = \frac{1}{c}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}R} \frac{1}{\cos\frac{r}{R}}dr = \frac{R}{c}\left[\ln\tan\left(\frac{r}{2R}+\frac{\pi}{4}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}R} = \infty \tag{37}$$

Das bedeute, so de Sitter, daß Modell B der physischen Forderung, aber nicht der philosophischen genüge. Einstein habe das Recht, unter der philosophischen Forderung sein Modell abzulehnen. Ebenso gut könne er selbst aber die philosophische Forderung ablehnen und sich die physische zu eigen machen. De Sitter schloß den Brief mit der Frage, ob sich seine Lösung als Welt mit am Äquator konzentrierten Massen auffassen ließe. Das, so de Sitter, „wäre auszurechnen – ich weiß nicht ob es so ist oder nicht."

Der letzte (bekannte) Brief zwischen Einstein und de Sitter zu der 2. Singularität ist das Schreiben von Einstein vom 15. April 1918. In diesem schrieb er, daß er den de Sitterschen Standpunkt begreife. Er erkenne an, daß trotz der endlichen metrischen Distanz zum Äquator die Zeit, welche ein Massenpunkt zum Erreichen des Äquators benötigt, unendlich ist.[1] Einstein fuhr fort:

> „Nun hat aber H. Weyl in einem demnächst erscheinenden Buche thatsächlich gezeigt, dass Ihr Kontinuum als Grenzfall einer um den ‚Äquator' verteilten Flüssigkeit aufgefasst werden kann."[2]

Das erwähnte Buch ist die erste Auflage von Weyls *Raum–Zeit–Materie*, die Einstein zu jener Zeit Korrektur las. Mit diesen Berechnungen wurde Weyl ein weiterer Teilnehmer der Kontroverse, die von ihm und Einstein zu einer vorläufigen, nicht sehr lange haltbaren Lösung geführt wurde (siehe 5.1).

Erst die Untersuchungen Kleins sollten zeigen, daß die 2. Singularität (ebenso wie die erste) ein Artefakt ist und daß de Sitter *doch* ein Gegenbeispiel für das Machsche Prinzip gefunden hatte. Kleins Behandlung, die der Angelegenheit eine Wendung gab, wird in Abschnitt 5.2 behandelt werden.

4.7 Ergänzungen zum Modell B

4.7.1 Spezielle Eigenschaften

Das de Sittersche Modell wies einige Eigenschaften auf, die es vom Einsteinschen Modell, aber auch von den allgemeinen Vorstellungen der damaligen Zeit unterschied. Auf die wesentlichen Punkte wird im folgenden eingegangen.

[1] Nach North hätte man allgemein auf weniger Paradoxa eingehen müssen, wenn stets der Unterschied zwischen „Koordinatenzeit" und „Eigenzeit" (proper time) gemacht worden wäre, vgl. [North 1965, S. 93].

[2] Doc. 506

Lichtgeschwindigkeit $\neq$ Lichtgeschwindigkeit!

Wenn man die sogenannten „statischen“ Koordinaten zur Darstellung der de Sitter-Welt benutzt, ist es ein leichtes zu sehen, daß die Lichtgeschwindigkeit in radialer Richtung *nicht* konstant ist. Ausgehend vom Linienelement

$$ds^2 = -dr^2 - R^2 \sin^2 \frac{r}{R} \left(d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2\right) + \cos^2 \frac{r}{R} c^2 dt^2 \qquad (38)$$

ergibt sich für radiale Lichtstrahlen ($ds = 0, d\psi = d\theta = 0$)

$$v = \frac{dr}{dt} = c \cdot \cos \frac{r}{R}. \qquad (39)$$

Dies hatte de Sitter bereits erkannt, weshalb er auch einen Ausweg angab.[1] Er führte neue Koordinaten ein (vgl. Abschnitt 4.7.2), woraus dann für das Linienelement (38)

$$ds^2 = \frac{-dh^2 - \sinh^2 \frac{h}{R} \left[d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2\right] + c^2 dt^2}{\cosh^2 \frac{h}{R}} \qquad (40)$$

folgte. Dabei zeigt h nun anstelle von r in radialer Richtung. Mittels (40) ergibt sich für die Lichtgeschwindigkeit ein konstanter Wert in alle Richtungen. Speziell in radialer Richtung erhält man (nach Konstruktion der Substitution):

$$\frac{dh}{dt} = c. \qquad (41)$$

De Sitter bemerkte, daß das Linienelement (40) nun das Linienelement eines hyperbolischen Raumes sei. In seinem „Third paper“ machte er darauf aufmerksam, daß dieser hyperbolische Raum für Modell B dieselbe Rolle spiele wie für A der elliptische Raum und für C der euklidische Raum – so weit es die Lichtausbreitung beträfe. Für die Bewegung von Materie jedoch würde diese Analogie nicht standhalten.

Zerstreuungstendenzen

Eine weitere Eigenschaft des Modells B ist, daß im allgemeinen eine in das System eingebrachte, sich selbst überlassene Masse sich nicht mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Geraden bewegt (was natürlich in Gegensatz zum Trägheitsgesetz steht). De Sitter beschrieb dies das erste Mal in seinem „Third paper“.[2] Er stellte fest, daß

> “a material particle under the influence of inertia alone does *not* describe a straight line with constant velocity.”[3]

[1] [de Sitter 1917b, Sec. 4]
[2] [de Sitter 1917c, S. 15-17]
[3] [de Sitter 1917c, S. 17]

Auf der nächsten Seite resümierte de Sitter dann:

> "if there is more than one material particle these cannot be at rest."[1]

Es ist sehr erstaunlich, daß dieser Umstand nicht zu weiteren Diskussionen zwischen Einstein und de Sitter führte, denn offensichtlich ist Modell B unter Berücksichtigung dieser Tatsachen nicht statisch (was den Bewegungszustand der Materie angeht). De Sitter hatte zu diesem Zeitpunkt allerdings noch „von uns weg" und „auf uns zu" gerichtete Geschwindigkeiten gleichwertig behandelt, so daß ihm die Zerstreuungstendenz zunächst verborgen blieb.

Drei Jahre später tauchte in einem Brief von de Sitter an Einstein vom 29. November 1920 das Beschleunigungs-Problem wieder auf. In Anspielung auf neuere gemessene Radialgeschwindigkeiten von Spiralnebeln schrieb de Sitter:

> „die scheinbar abstossende Kraft, die aus meiner Weltauffassung (mit $g_{44} = \cos^2 \frac{r}{R}$) folgt scheint wirklich zu bestehen!"[2]

De Sitter gab an, daß von 25 Nebeln nur drei eine negative Geschwindigkeit aufwiesen, alle anderen hätten eine positive Geschwindigkeit. Dies deutete er als experimentelle Verifikation seiner Hypothese.

Eddington hat später ebenfalls berechnet, was mit in Modell B eingebrachten Materiepartikeln geschieht. Für sie errechnete er eine Beschleunigung von

$$\frac{dr^2}{ds^2} = \frac{1}{3}\lambda r, \quad \text{hier:}\, r = R\sin\chi. \tag{42}$$

Das bedeutet, daß ein Massenpunkt, sofern er sich nicht im Ursprung befindet, eine Beschleunigung erfährt, die mit der Entfernung vom Ursprung wächst und von uns weg gerichtet ist. Nach Eddington war es de Sitter scheinbar entgangen, daß die Beschleunigung stets eine *rezessive* Bewegung verursachen würde.[3] Mehrere eingebrachte Objekte hätten deshalb „eine allgemeine Tendenz zur Zerstreuung."[4] Damit ließen sich die beobachteten positiven Geschwindigkeiten der Spiralnebel erklären (vgl. Abschnitt 4.8.3). Die negativen, auf uns zu gerichteten Geschwindigkeiten jedoch fanden in der Berechnung Eddingtons keinen Platz, so daß er ihre Erklärung als Problem empfand, zumal einige Meßwerte negativer Geschwindigkeiten nach Eddington sehr geringe Meßfehler aufwiesen.[5]

Der „de Sitter-Effekt"

Im Zusammenhang mit der 2. Singularität – der Singularität am Äquator – ergaben sich einige interessante Phänomene. Wie bereits erwähnt (vgl. Abschnitt

[1] [de Sitter 1917c, S. 18]
[2] Anhang B13
[3] [Eddington 1934, S. 925]
[4] [Eddington 1925, S. 238]
[5] [Eddington 1925, S. 236ff]

4.6.3), hatte Einstein festgestellt, daß sich unter Verwendung der statischen Form des de Sitterschen Linienelements merkwürdige Konsequenzen für Vorgänge am Äquator ergaben. Das hing damit zusammen, daß für $r \to 1/2\pi R$ die Komponente $g_{44} = \cos r/R$ gegen Null konvergiert. So verschwinden etwa die Lichtgeschwindigkeit und die Gesamtenergie $g_{44}\frac{dx_4}{ds}$ am Äquator. Die andere Konsequenz ist, daß durch die Verlangsamung der Gang-Geschwindigkeit einer Uhr bei Annäherung an den Äquator die Spektren weit entfernter Objekte eine Verschiebung ins Rote erfahren. Diese Verschiebung wird als „de Sitter-Effekt“ bezeichnet.

Am Äquator selbst stoppt der Fluß der Zeit, da nach (34) die Gang-Geschwindigkeit einer Uhr dort verschwindet. Es ist aber nicht möglich, die zum Stillstand gekommenen Vorgänge am Äquator zu beobachten, da nach (37) selbst für Licht eine unendlich lange Zeitspanne nötig wäre, Informationen an den Beobachter heranzutragen. Dies bot de Sitter die Möglichkeit, sich im „Third paper“ wie folgt über die merkwürdigen, ihn irritierenden Phänomene zu äußern:

> “We can thus say that all the paradoxical phenomena (or rather negations of phenomena) [...] can only happen after the end or before the beginning of eternity.”[1]

Damit waren für ihn die Paradoxien in ihrer Tragweite entschärft (wenn auch nicht beseitigt).

Man kann leider aus den Schriften von de Sitter nicht entnehmen, ob er sich bewußt war, daß *jeder* Beobachter einen *eigenen* Äquator – von nun an auch als *Horizont* bezeichnet – besitzt. Eddington hatte diesen Umstand jedenfalls später erkannt und beschrieben.[2] Er argumentierte anhand der ursprünglichen Formel (22) für das Linienelement (hypersphärische Koordinaten), daß jeder Weltpunkt gleichberechtigt sei, da die Gleichung symmetrisch ist. Damit sei klar, daß für einen Beobachter B_1 an dessen Horizont scheinbar alles zum erliegen komme, ein Beobachter B_2 am Horizont diesen Stillstand aber nicht verifizieren könne – im Gegenteil: Er würde umgekehrt einen Stillstand bei B_1 konstatieren. Eddington folgerte:

> „Es kann demnach kein wirklicher Unterschied zwischen den Naturereignissen am Horizont und im Ursprung bestehen.“[3]

Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei dem Horizont um einen *Ereignishorizont*[4]. Der Name deutet an, daß Ereignisse, die auf bzw. hinter dem Horizont ge-

---

[1] [de Sitter 1917c, S. 17f]
[2] [Eddington 1925, S. 231]
[3] [Eddington 1925, S. 231]
[4] Definition des Ereignishorizonts („event-horizon“, nach [Rindler 1956, S. 663]):

> “An event-horizon, for a given fundamental observer A, is a (hyper-)surface in space-time which divides all events into two non-empty classes: those that have been, are, or will be observable by A, and those that are forever outside A’s possible powers of observation.”

schehen, von dem zugehörigen Beobachter nicht wahrgenommen werden können (siehe auch Definition in Fußnote 4, S. 58).

Die Rotverschiebung der Spektren entfernter Objekte (damals schon teilweise bekannt) deutete de Sitter im „Third paper“ aufgrund der Verringerung von g_{44} als Dopplerverschiebung, bedingt durch eine von uns weg gerichtete Geschwindigkeit.[1] De Sitter sah also nicht in der auf einen in das leere Universum eingebrachten Partikel ausgeübten Beschleunigung eine mögliche Ursache für die Radialgeschwindigkeiten, sondern er argumentierte mittels des singulären Äquators. Man kann durchaus sagen, daß bereits bei de Sitter implizit eine Art „expansionelle Tendenz“ vorhanden war, die sich allerdings nur auf im Raum befindliche Objekte bezog (auf deren Radialgeschwindigkeit, sofern man sie als reale Geschwindigkeit deutet) und noch nicht auf den Raum selbst. De Sitter stand schließlich zu jener Zeit noch ganz im Geiste einer statischen Auffassung der Welt.

Abschließend eine allgemeine Bemerkung zu Rotverschiebungen und den daraus abgeleiteten Geschwindigkeiten: Ellis schreibt, daß die Angabe einer aus der spektralen Verschiebung ermittelten Geschwindigkeit noch *nicht* impliziere, daß es sich dabei um eine *reale* Geschwindigkeit handele (bezogen auf den Zeitraum bis 1929).[2] North weist darauf hin, daß der „de Sitter-Effekt“ strenggenommen nicht als Dopplereffekt gedeutet werden kann und man die Geschwindigkeit besser mit der Zerstreuungstendenz erkläre (wie bei Eddington geschehen).[3]

Verlangsamung der Zeit
Die Massenlosigkeit des de Sitterschen Modells, kombiniert mit dem Verschwinden des Tensors $g_{\mu\nu}$ im Unendlichen, warf noch ein anderes Problem auf. Einstein hatte 1911 vorhergesagt, daß in der Nähe von Massen der Zeitablauf verlangsamt würde, was unter dem Namen „Gravitations-Rotverschiebung“ bekannt ist. [4] Im Modell B passiert genau das Gegenteil: Ohne Anwesenheit von Materie verlangsamen sich Uhren bis zum Stillstand.

4.7.2 Verschiedene Koordinatisierungen

Da es sehr viele verschiedene Koordinatisierungen/Darstellungen der de Sitterschen Welt gibt, werden die Wichtigsten unter ihnen in diesem Abschnitt zusammengestellt, wobei meist nur das resultierende Linienelement angegeben wird.[5] Vorangestellt ist ein Zitat von Lanczos aus dem Jahre 1922, das sozusagen als Begründung für diesen Abschnitt dient:

> „Es ist interessant zu beobachten, wie ein und dieselbe Geometrie in ganz verschiedener physikalischer Interpretation erscheinen kann, je

[1] [de Sitter 1917c, S. 26] Eddington sah dies etwas anders, vgl. Abschnitt 4.8.3 und [Eddington 1925, S. 236ff].
[2] [Ellis 1986, S. 377f]
[3] [North 1997, S. 344]
[4] [Kerszberg 1989, S. 192]
[5] Zumeist entnommen aus [de Sitter 1917b] und [de Sitter 1917c], sonst wie angegeben.

> nach Wahl des Koordinatensystems und wie die einzelnen Koordinaten gedeutet werden.“[1]

Ausgehend von (Hyper-)Sphärischen Koordinaten

$$\begin{aligned} x_1 &= R \sin\omega \sin\chi \sin\psi \sin\theta \\ x_2 &= R \sin\omega \sin\chi \sin\psi \cos\theta \\ x_3 &= R \sin\omega \sin\chi \cos\psi \\ x_4 &= R \sin\omega \cos\chi \end{aligned} \tag{43}$$

bekommt man das Linienelement

$$ds^2 = -R^2 \left\{ d\omega^2 + \sin^2\omega \left[d\chi^2 + \sin^2\chi \left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2 \right) \right] \right\} \tag{44}$$

welches als Ausgangspunkt für weitere Transformationen genutzt werden kann. Mit Hilfe der stereographischen Projektion

$$r = R \tan\chi \tag{45}$$

kann man die (Hyper)Kugel auf eine euklidische Tangentialebene projizieren. Für das Linienelement ergibt sich dann:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{\left(1+\frac{r^2}{R^2}\right)^2} - \frac{r^2\left[d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2\right]}{1+\frac{r^2}{R^2}} + \frac{c^2dt^2}{1+\frac{r^2}{R^2}}. \tag{46}$$

In dieser Darstellung verglich de Sitter das Entartungsverhalten der $g_{\mu\nu}$ für beide Modelle. Im Einsteinschen Fall ist lediglich der Nenner des letzten Terms verschieden: Er hat im Modell A den Wert 1. Im Modell B streben für $r \to \infty$ alle $g_{\mu\nu}$ gegen Null, im Modell A allerdings bleibt $g_{44} = 1$.

Die eigentlich berühmteste Form des Linienelements erhält man, wenn man, ausgehend von den hypersphärischen Koordinaten, folgende Substitution vornimmt:

$$\begin{aligned} \sin\omega \sin\chi &= \sin\zeta \qquad & r &= R\zeta \\ \tan\omega \cos\chi &= \tan i\eta \qquad & t &= R\eta. \end{aligned} \tag{47}$$

Man gelangt so zu der „statischen Form“ des Linienelements:

$$ds^2 = -dr^2 - R^2 \sin^2\frac{r}{R}\left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2\right) + \cos^2\frac{r}{R}c^2dt^2. \tag{48}$$

Um der Problematik der nicht konstanten Lichtgeschwindigkeit zu entgehen (siehe Abschnitt 4.7.1), gab de Sitter eine weitere Transformation (ausgehend von den statischen Koordinaten) an:

$$\frac{dr}{dh} = \cos\chi, \quad \chi = \frac{r}{R}, \tag{49}$$

[1] [Lanczos 1922, S. 539/40, Fußnote 3]

was integriert

$$\sinh \frac{h}{R} = \tan \frac{r}{R} \tag{50}$$

ergab. Daraus resultierte das Linienelement eines hyperbolischen Raumes mit negativer Krümmung:

$$ds^2 = \frac{-dh^2 - \sinh^2 \frac{h}{R} \left[d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2 \right] + c^2 dt^2}{\cosh^2 \frac{h}{R}}. \tag{51}$$

Darstellung von Lanczos

Die erste Darstellung des Linienelements, der man sofort ansieht, daß sie nicht statisch ist, gab Lanczos im Jahre 1922. Er verwendete folgende Darstellung (Polarkoordinaten):[1]

$$\begin{aligned} x &= \cos it \cos \phi \cos \psi \cos \chi \\ y &= \cos it \cos \phi \cos \psi \sin \chi \\ z &= \cos it \cos \phi \sin \psi \\ u &= \cos it \sin \phi \\ iv &= \sin it. \end{aligned} \tag{52}$$

Das Linienelement wurde dadurch zu

$$ds^2 = -dt^2 + \cosh^2 t \left(d\phi^2 + \cos^2 \phi d\psi^2 + \cos^2 \phi \cos^2 \psi d\chi^2 \right). \tag{53}$$

Offenbar ist hier der räumliche Anteil des Linienelements eine Funktion der Zeit.

Robertson-Walker Metrik

Die moderne Kosmologie benutzt etwa seit den 1930er Jahren diese Metrik (vgl. Abschnitt 3.4), die von Robertson zuerst angegeben wurde:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[d\chi^2 + S_k^2(\chi) \left(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi \right) \right]. \tag{54}$$

Dabei gilt für $S_k^2(\chi)$:

$$S_k^2(\chi) = \begin{cases} \sin \chi & \text{für } k = +1 \\ \sinh \chi & \text{für } k = -1 \\ \chi & \text{für } k = 0 \end{cases} \tag{55}$$

Der Faktor $R(t)$ ist der Expansionsparameter, der die zeitliche Entwicklung des Raumes (Inflation/Stagnation/Expansion) angibt, k gibt die Krümmung an, die $+1$ (positiv), -1 (negativ) oder Null (keine Krümmung) sein kann.

[1] [Lanczos 1922, S. 539, Fußnote 3]

Da die Robertson-Walker Metrik alle homogen-isotropen kosmologischen Modelle beschreibt, kann man mit ihr auch die de Sitter Metrik darstellen, die somit „nur“ noch ein Grenzfall einer allgemeineren Darstellung ist.[1] Eine mögliche Darstellung ist etwa:[2]

$$ds^2 = c^2dt^2 - R_0^2 e^{(2H_0t)} \left[d\chi^2 + \sin^2\chi \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi\right)\right]. \tag{56}$$

In dieser Darstellung ($k = 0, R(t) = R_0^2 e^{(2H_0t)}$) ist die de Sitter Welt ein ungekrümmter, exponentiell expandierender Raum.

Wählt man die Parameter $k = 1$ und $R(t) = R_0 \cosh(H_0t)$, so ergibt sich das Linienelement eines positiv gekrümmten, kontrahierenden und expandierenden Raumes:

$$ds^2 = c^2dt^2 - R_0^2 \cosh^2(H_0t) \left[d\chi^2 + \sin^2\chi \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi\right)\right]. \tag{57}$$

Schwarzschild-Metrik

1916 hatte Karl Schwarzschild das Gravitationsfeld eines Massenpunktes sowie einer homogenen, inkompressiblen (Flüssigkeits-)Kugel berechnet.[3] Dabei ergaben sich zwei unterschiedliche Linienelemente: Im ersten Fall eins für den Außenraum und im zweiten Fall eins für den Innen- und den Außenraum. Die Außenraum-Metriken waren bis auf Konstanten identisch. Das Linienelement im Inneren der homogenen Kugel lautete:

$$ds^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - cos\chi}{2}\right)^2 dt^2 - \frac{3}{\kappa\varrho_0}\left(d\chi^2 + \sin^2\chi\left[d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right]\right). \tag{58}$$

Bevor Klein erkannte, daß Modell B ein Spezialfall dieses Linienelements ist, hatte er die Einsteinsche Lösung mit der de Sitterschen verwechselt und sich darüber gewundert, daß es ihm nicht gelang, das ds^2 von Modell A als Spezialfall von (58) zu berechnen.[4] Am 16. Juni 1918 schrieb Klein dann korrekterweise in dem Brief[5] an Einstein, daß man mit den Ersetzungen

$$\chi_a = \frac{\pi}{2}, \quad c = 2, \quad R = \sqrt{\frac{3}{\kappa\varrho_0}} \tag{59}$$

sowie der Umbenennung $(\chi, \theta, \phi) \to (r/R, \psi, \theta)$ aus dem Schwarzschildschen Linienelement (58) das de Sittersche erhalte:

$$ds^2 = -dr^2 - R^2\sin^2\frac{r}{R}\left(d\psi^2 + \sin^2\psi d\theta^2\right) + \cos^2\frac{r}{R}c^2dt^2. \tag{60}$$

[1] [Kerszberg 1986, S. 327], [Goenner 1994, S. 61/97]
[2] [Liebscher 1999, S. 214]
[3] [Schwarzschild 1916a], [Schwarzschild 1916b]
[4] Vgl. dazu Doc. 487 und zugehörige Fußnote 24.
[5] Doc. 566

Die Metrik im Außenraum ergab sich wie folgt:[1]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{3} - \frac{1}{3}\lambda r^2\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{3} - \frac{1}{3}\lambda r^2} - r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right). \qquad (61)$$

Nimmt man an, es existiere keine Masse ($m = 0$), und setzt man eine positive kosmologische Konstante voraus, dann hat diese Metrik eine Singularität an der Stelle $r = \sqrt{\frac{3}{\lambda}}$. Dies ist genau der Wert des Krümmungsradius im de Sitterschen Modell. Für Kerszberg erklärt dies teilweise die Konfusion in den ersten Jahrzehnten der relativistischen Kosmologie in der Frage, ob das de Sittersche Modell Materie enthalte oder nicht.[2]

4.8 Fragen und Antworten

Dieser Teil des Kapitels 4 faßt mehrere Fragestellungen zusammen, die im Laufe der Kontroverse eine mehr oder weniger große Rolle gespielt haben.

4.8.1 Elliptisch vs. Sphärisch

In diesem Abschnitt wird ein vom geometrischen Standpunkt interessanter Aspekt der Kontroverse aufgegriffen. Es geht dabei um die Frage, ob die geschlossenen Weltmodelle besser mit Hilfe der sphärischen Geometrie oder mit Hilfe der elliptischen Geometrie zu beschreiben sind. Die elliptische Geometrie entsteht bekanntermaßen aus der sphärischen Geometrie durch Identifikation diametral gegenüberliegender Punkte. Dadurch ergeben sich einige Unterschiede, die in Tabelle 1 aufgeführt sind. Einstein kannte die elliptische Geometrie zunächst nicht

	Geraden-schnittpunkte	Geradenlänge	maximaler Abstand	Volumen des Raumes
sphärisch	2	$2\pi R$	πR	$2\pi^2 R^3$
elliptisch	1	πR	$(1/2)\pi R$	$\pi^2 R^3$

Tabelle 1: Merkmale der sphärischen und elliptischen Geometrie

und wurde erst von Freundlich auf ihre Existenz aufmerksam gemacht.[3] In einem Brief an Klein vom 26. März 1917 gab Einstein zu, daß er sich zwar nie mit nichteuklidischer Geometrie beschäftigt habe, er die elliptische Geometrie

[1] In dieser Form entspricht die Metrik der Lösung der modifizierten Feldgleichungen. Bei Schwarzschilds Lösung waren die Terme mit λ noch nicht vorhanden, da er bereits 1916 verstorben war.

[2] [Kerszberg 1986, S. 327]

[3] Doc. 300, vgl. auch Doc. 359. Man kann daraus indirekt schließen, daß er [Schwarzschild 1900] noch nicht kannte.

aber als die näherliegende empfinde. Auf seine „Kosmologischen Betrachtungen“ bezogen stellte er fest, daß sich lediglich das Volumen des Raumes halbiere, die sonstigen Beziehungen zwischen λ, ϱ und R (vgl. Gleichung (7)) aber unverändert bestehen blieben.

In de Sitters erster Veröffentlichung[1] seiner Lösung der (modifizierten) Feldgleichungen war noch nicht die Rede von sphärischer oder elliptischer Geometrie. In dem Brief[2] an Einstein vom 20. Juni 1917 erwähnte er erstmals die beiden Raumformen und argumentierte, warum die elliptische Interpretation der sphärischen bei Modell A vorgezogen werden müsse. Er berechnete in diesem Brief für eine einzige in Modell A vorhandene Sonne (in erster Näherung) den Wert von $g_{44} = 1 - a \cdot \cot \frac{r}{R}$. Dieser werde im Falle $r = \pi R$, was dem Gegenpunkt der Sonne entspricht, unendlich. Um dies zu verhindern, dürfe man die Welt nicht als sphärisch annehmen, sondern als elliptisch (er verwies auch auf Schwarzschild, der bereits 1900 genau dies gefordert hatte)[3]. Im folgenden bezog de Sitter dies auch auf Modell B. In seiner nächsten Veröffentlichung[4] verfeinerte er das Argument noch: Selbst eine infinitesimale Masse würde in ihrem Gegenpunkt eine unendlich große Gravitationswirkung haben.

Einstein reagierte in seinem Brief[5] vom 28. Juni auf die de Sitterschen Berechnungen. Er sei mit de Sitter einer Meinung, daß die elliptische Deutung die zu bevorzugende sei, aber er akzeptiere die Vorgehensweise de Sitters nicht, der für seine Berechnung der Weltmaterie noch zusätzlich gewöhnliche Materie (Sonne) hinzugefügt habe. Da sich die Diskussion zwischen den beiden im folgenden auf die 2. Singularität konzentrierte, verschwand die Thematik zunächst aus der Debatte.

Die von Einstein und de Sitter bislang vertretene Bevorzugung der elliptischen Deutung wurde in einem Brief von Klein an de Sitter vom 19. April 1918 angezweifelt. Er brachte ein neues Argument ins Spiel: Die Eindeutigkeit der Zeitrichtung in Modell B. Er schrieb:

> „Lege ich nämlich einer ersten [Welt-]Linie nach Belieben einen positiven Sinn bei und übertrage diesen unter Beachtung der Kontinuität auf die Nachbarlinien, so komme ich schließlich, wegen der Zusammenhangsverhältnisse des Elliptischen Raumes, zur Ausgangslinie mit umgekehrtem Sinn zurück.“[6]

[1] [de Sitter 1917a]
[2] Doc. 355
[3] In [Schwarzschild 1900] zog Schwarzschild den elliptischen Raum seiner Einfachheit wegen dem sphärischen Raum vor.
[4] [de Sitter 1917b, Abschnitt 3]
[5] Doc. 359
[6] Ein Teil des Briefes ist in [de Sitter 1918] abgedruckt, der Rest ist nicht erhalten.

Dies lag nach Klein daran, daß elliptische Ebenen *einseitige* Flächen sind. Er argumentierte mit der Indicatrix[1] ↺ um einen beliebigen Punkt P (siehe Abb. 9).[2] Verschiebe man die Indicatrix entlang einer Geraden solange, bis man wieder am Ausgangspunkt angelangt sei, so habe sich der Richtungssinn der Indicatrix umgekehrt: ↻. De Sitter reagierte darauf sowohl in einem veröffentlichten Artikel[3] als auch in einem Brief direkt an Klein. In dem Brief vom 25. April schrieb de Sitter:

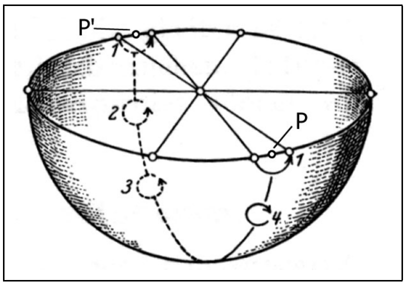

Abb. 9: Zur Einseitigkeit der elliptischen Geometrie

> „Ihre Bedenken gegen meine Lösung B begreife ich vollkommen. Aber ich kann sie nicht als *physisch* gerechtfertigt gelten lassen. Denn man kommt nun mit umgekehrtem positiven Sinn im Ausgangspunkte zurück, wenn man sich ‚bewegt' längs einer Geraden, oder doch längs einer Kurve, die die Pol. linie des Ausgangspunktes schneidet.“[4]

Damit meinte de Sitter, daß eine solche Bewegung zwar mathematisch denkbar, aber nicht physikalisch durchführbar wäre, da man bei ihr den Äquator (Horizont) überschreiten müsse. Schaut man sich Abb. 9 an, so erkennt man, daß, um von P zu P' zu kommen, der Äquator bezüglich P überschritten werden müßte. Dies ist nicht möglich, da man nach Gleichung (37) dazu eine unendlich lange Zeit benötigen würde.

Klein hatte auch an Einstein zu der Frage geschrieben, welche Deutung zu bevorzugen sei (siehe 5.2). In diesem Brief[5] war Klein zu dem Ergebnis gelangt, daß es bei der Zylinderwelt keinen Unterschied mache, welche Interpretation man benutze. Bei der de Sitterschen Welt hingegen sei – um die Eindeutigkeit der Zeitrichtung zu gewährleisten – nur die sphärische Geometrie zulässig.

Zur Orientierbarkeit der Zeitrichtung äußert sich auch Schrödinger in seinem Buch „Expanding universes“.[6] Anhand des reduzierten Modells (vgl. Abb. 6) erläutert er die Situation. Wähle man eine Weltlinie aus und weise ihrem Verlauf eine Richtung zu, etwa in positive x_3-Richtung, so sei der Verlauf der „komplementären“ Weltlinie, welche durch die antipodalen Punkte gebildet, wird in negativer x_3-Richtung. Da es nun kein Kriterium gebe, anhand dessen man entscheiden könne, welche Hälfte des Hyperboloiden zu wählen sei, sei es auch nicht

[1] Die Indicatrix ist ein mit einem Umlaufsinn versehener Kreis, der in einer zu untersuchenden Fläche betrachtet wird.
[2] [Klein 1928, S. 12ff]
[3] [de Sitter 1918]
[4] Anhang B1
[5] Doc. 552
[6] [Schrödinger 1956, S. 12-14]

möglich, eine eindeutige Zeitrichtung festzulegen. Somit gehe die Unterscheidung zwischen Vergangenheit und Zukunft, Vorkegel und Nachkegel verloren.[1]

Obwohl Einstein zunächst den elliptischen Fall bevorzugte, änderte er seine Meinung wieder. In einem Brief an Weyl vom 31. Mai 1918 schrieb er, daß es seiner Meinung nach nicht möglich sei auf spekulativem Wege zu entscheiden, ob die elliptische oder die sphärisch Annahme zutreffe. Er habe aber ein „dunkles Gefühl“, daß diejenigen Mannigfaltigkeiten zu bevorzugen seien, in denen sich „jede geschlossene Kurve stetig auf einen Punkt zusammenziehen läßt.“[2] Dies treffe nicht auf die elliptische, wohl aber auf die sphärische Geometrie zu.[3] Selbiges Argument übermittelte er auch ca. ein Jahr später, am 16. April 1919, an Klein, wobei er in diesem Brief[4] die Implikation der Zusammenziehbarkeit betonte, daß er nämlich einfach zusammenhängende Mannigfaltigkeiten bevorzugt glaubte. Die Antwort Kleins vom 22. April war in Bezug auf diesen Punkt recht kurz gehalten. Er verwies auf eine Untersuchung von 1876, in der er mit Schläfli die von Einstein angesprochenen Verhältnisse bereits behandelt habe. Die Verhältnisse kämen uns nur deshalb so merkwürdig vor, weil sie keine Entsprechung in der Erfahrungswelt hätten.[5]

Abschließend kann festgestellt werden, daß es sowohl für die sphärische als auch für die elliptische Geometrie Argumente gab. Es war also schwierig zu entscheiden, welche Interpretation man vorziehen sollte. Eddington schrieb dazu: Die wahre Form „muß vielmehr durch Beobachtung und Experiment ermittelt werden.“[6]

4.8.2 Der Krümmungsradius R und die Größe des Universums

In den beiden letzten Abschnitten des „Third paper“ versuchte de Sitter, Abschätzungen für die Größe der Krümmungsradien R in den beiden Modellen A und B zu finden, obwohl er der Realität der Krümmung kritisch gegenüberstand (vgl. Abschnitt 4.8.3).

Bereits Schwarzschild hatte in seinem Artikel von 1900 versucht, eine Abschätzung für den Krümmungsradius des Universums zu geben.[7] Er behandelte damals die hyperbolische sowie die elliptische Möglichkeit nebeneinander und gab für jede Raumform einen minimalen Radius an. Für den hyperbolischen Raum kam er auf ein Minimum von 4 000 000 Astronomischen Einheiten (AE)[8] an, im Falle des

[1] Im weiteren sieht Schrödinger dies nicht unbedingt als Nachteil an, da das Universum nun genauso reversibel wie die fundamentalsten Theorien sei. Nur thermodynamische Systeme seien bedingt ein Problem, weil sie eine eindeutige Zeitrichtung bestimmten.

[2] Doc. 551

[3] Man denke z.B. an eine Verbindungslinie von Punkt und Gegenpunkt im Sphärischen, welche im Elliptischen eine nicht zusammenziehbare, geschlossene Kurve darstellt.

[4] Anhang B7

[5] Anhang B8

[6] [Eddington 1925, S. 233]

[7] [Schwarzschild 1900]

[8] Astronomische Einheit(AE)=mittlerer Abstand Erde↔Sonne, 1 Lichtjahr(Lj) $\approx$ 63072 AE

elliptischen Raumes gab er als untere Grenze 100 000 000 AE an. Beide Radien ermittelte er unter Zuhilfenahme von Parallaxen, wobei er für den elliptischen Raum noch zusätzliche Annahmen über die mittleren Sternentfernungen machen mußte.

Auch Einstein hatte versucht, nachdem er in den „Kosmologischen Betrachtungen“ den Zusammenhang

$$R^2 = \frac{2}{\kappa\varrho} \tag{62}$$

zwischen Radius und Dichte hergestellt hatte, einen Wert für den Radius abzuschätzen. In verschiedenen Briefen[1] im Frühjahr des Jahres 1917 gab Einstein den mit Hilfe der gemessenen mittleren Sterndichte (die er mit $10^{-22}\,\mathrm{g/cm^3}$ angab) berechneten Wert von $R = 10^7\,\mathrm{Lj} = 6{,}3 \cdot 10^{11}\,\mathrm{AE}$ an. Zugleich stellte er fest, daß dieser Wert die Größe des sichtbaren Universums ($10^4\,\mathrm{Lj}$) bei weitem überstieg, was er mit „leider“ kommentierte. Dieses Ergebnis hat er nie veröffentlicht, was Ellis zu der Vermutung kommen läßt, daß Einstein bei diesem Wert für R ein unwohles Gefühl hatte.[2]

In dem Brief[3], in dem er de Sitter den von ihm berechneten Wert für den Radius mitteilte, sprach Einstein noch die Variante einer Problematik an, die noch öfters diskutiert werden sollte: „Sterne in der Nähe unseres Gegenpoles müssten viel Licht zu uns senden“, so Einstein.[4] Er fragte sich, ob so ein „Ding“ am Himmel sichtbar sei und er stellte sogleich fest, daß es sich durch eine negative Parallaxe verraten würde.[5]

Im „Third paper“ hatte de Sitter für beide Modelle mit verschiedenen Methoden abgeschätzt, welche Größenordnungen sich für die Krümmungsradien ergeben könnten. Für Modell A betrachtete er den elliptischen Fall. Als erstes benutzte er den geschätzten Durchmesser unserer Galaxis als Ausgangspunkt für seine Schätzung, was ihn auf einen Radius $R \geq 10^{12}\,\mathrm{AE}$ (a) führte. Dann nahm er an, daß das gesamte Universum lediglich die Masse unserer Galaxie[6] enthalte. Mit Hilfe der Einsteinschen Gleichung

$$M = \frac{2\pi^2}{\kappa} R \tag{63}$$

kam er so auf den Wert von $R = 41\,\mathrm{AE}$, was er für absurd hielt. Um einen besseren Wert zu erhalten, ging er nun von der mittleren Sterndichte im Zentrum der Milchstraße aus, was auf $R = 9 \cdot 10^{11}\,\mathrm{AE}$ (b) führte. Aus einer anderen Abschätzung der mittleren Dichte ermittelte er $R \leq 5 \cdot 10^{13}\,\mathrm{AE}$ (c).

[1] z.B. Doc. 298, Doc. 300, Doc. 311
[2] [Ellis 1986, S. 371]
[3] Doc. 311
[4] Da Lichtwege Großkreise sind, müßten sich sämtliche Lichtwege aus unserem Gegenpol bei uns kreuzen.
[5] Zur Erklärung siehe Doc. 306, Fußnote 10.
[6] Als Masse nahm er die von Kapteyn mitgeteilte Masse von $\frac{1}{3} \cdot 10^{10}$ Sonnenmassen an.

Schließlich brachte er das Absorptions-Argument ins Spiel (s.u.). Diese Überlegung gab ihm wieder eine untere Grenze für den Radius, $R \geq \frac{1}{4} \cdot 10^{12}$ AE (d). De Sitter gab zu, daß jeder der Werte (a)-(d) einer großen Ungenauigkeit unterliege. Bemerkenswert fand er jedoch, daß die vier unterschiedlich bestimmten Werte relativ eng beieinander lagen, was man nicht *a priori* hätte erwarten können.

Nun etwas genauer zu der Absorptionsfrage: Ein geschlossener Raum ermöglicht eine „Reise um den Raum". Es wäre also speziell für Licht möglich, den Raum zu umrunden und wieder zum Ausgangspunkt zurückzukehren. Man müßte daher das Licht von der Rückseite der Sonne nach Umrunden des Raumes an der „gegenüberliegenden" Stelle der Sonne sehen können. De Sitter argumentierte im Einklang mit Schwarzschild, der aufgrund des Fehlens dieses Bildes der Sonne schloß, das Licht müsse auf dem Weg Absorption erfahren haben. Schwarzschild glaubte, es reiche eine Absorption von 40 Größenklassen (mag[1]) aus um das Bild nicht entstehen zu lassen.[2]

Die Frage der Absorption des Lichtes bei einer „Reise um den Raum" tauchte nochmals in zwei Briefen[3] von de Sitter an Einstein im Jahre 1920 auf. In beiden Briefen äußerte de Sitter seine Meinung, daß die interstellare Absorption viel zu gering ausfalle. Er gab an, daß die Beobachtungen zeigten, daß auf einer Strecke von 100 000 Lichtjahren höchstens eine Absorption von 1/20 stattfinde und wir über größere Distanzen noch keine Aussagen treffen könnten. Auf eine andere Problematik wies er ebenfalls hin: Bei einem angenommenen Umfang des Raumes von 500 000 000 Lj (astronomisch und geologisch seien das kurze Zeiten) wäre ein erheblicher Teil der von uns beobachteten Objekte „Gespenster". Daraus folge, so de Sitter, „dass es viel mehr junge als alte (scheinbare) Sterne geben müsste."[4] Es gebe aber in Wirklichkeit mehr alte als junge Sterne. De Sitter bot Lösungen aus diesem Dilemma an, die mit dem Entstehen und dem Lebenszyklus von Sternen verbunden waren, hier aber nicht weiter von Interesse sind. Daran sieht man, daß eine geschlossene Welt nicht nur Fragen beantwortete, sondern auch neue Probleme mit sich brachte (Alter des Universums vs. Alter der Sterne).

Im Jahre 1917 konnte de Sitter mit Hilfe der Schwarzschildschen Annahme ein weiteres Mindestmaß für den Radius berechnen. Dazu verwendete er die Angabe von Harlow Shapley, daß der interstellare Raum im Mittel eine Absorption von 0,0001 mag/10 parsec aufweist.[5] Um in einem Abstand von πR eine Absorption von 40 Größenklassen zu erreichen, müsse der Radius mindestens $1/4 \cdot 10^{12}$ AE betragen, so de Sitter.

Im Modell A führen Werte des Krümmungsradius nach (17) sofort zu Werten für den Materieinhalt des Universums, sofern man die mittlere Dichte als bekannt voraussetzt. Aus Radius (b) hatte de Sitter für die Gesamtmasse $7 \cdot 10^{19}$ Sonnen-

[1] [Herrmann 1998, S. 31]
[2] [Schwarzschild 1900, S. 344]
[3] Anhang B12/13
[4] Anhang B12
[5] *Mount Wilson Contributions* **116**

massen berechnet, wozu er bemerkte, daß dann die Masse unseres Sonnensystems mit $1/3 \cdot 10^{10}$ Sonnenmassen vernachlässigbar wäre.[1] Auch Eddington kam zu einer annähernd gleichen Größenordnung für die Gesamtmasse, und auch er stellte fest, daß die so ermittelte Masse alles übertreffe, „was die Astronomen sich je gedacht haben.“[2]

Im letzten Teil (Punkt 7) des „Third paper“ berechnete de Sitter schließlich noch mögliche Krümmungsradien für das Modell B. Zunächst stellte er fest, daß einige Methoden, welche bei Modell A zur Abschätzung benutzt werden konnten, für Modell B nicht brauchbar waren. Dies war zum einen die Methode, die auf dem Durchmesser unserer Galaxie beruhte. Zum anderen war die Absorptions-Methode nicht anwendbar, da nach (37) Licht eine unendliche Zeit für einen Umlauf benötigen würde. De Sitter war daher gezwungen, eine andere Methode zu verwenden, um eine Aussage über den Radius machen zu können. Diese andere Methode basierte auf der Rotverschiebung weit entfernter Objekte aufgrund von $g_{44} = \cos^2(r/R)$. Für die mittlere gemessene Rotverschiebung von Helium-Sternen gab er $4,5\,\mathrm{km/s}$ an, wobei er davon noch $1/3$ als Anteil der gravitationellen Rotverschiebung abzog, so daß $3\,\mathrm{km/s}$ übrigblieben. Zusammen mit dem mittleren Abstand von $r = 3 \cdot 10^7$ AE kam de Sitter auf $R = 2/3 \cdot 10^{10}$ AE. Die aus Meßwerten[3] der (kleinen) Magellanschen Wolke von ihm abgeschätzte untere Grenzefür den Krümmungsradius belief sich auf 10^{11} AE.[4]

Als letztes hat de Sitter noch aus drei bekannten Radialgeschwindigkeiten weit entfernter Nebel den Radius für Modell B berechnet. Obwohl die resultierende Größenordnung im Bereich der bisher ermittelten blieb, maß er diesem Wert keine große Bedeutung bei, da er nur auf drei Meßwerten beruhe und daher keine Aussagekraft besäße.[5] Dazu bemerkt Ellis, daß dies die erste Veröffentlichung des Versuchs gewesen sei, die Geometrie des Universums mit der Beobachtung in Beziehung zu bringen.[6] Was die von de Sitter berechneten oder abgeschätzten Werte angeht, konnte Eddington bereits 1934 in seinem Nachruf[7] auf de Sitter schreiben, daß keine dieser von 1917 Schätzungen groß genug sei, die als am weitesten entfernt vermessenen Nebel mit einzuschließen. Es hatte sich also spätestens 17 Jahre nach der Aufstellung der Modelle A und B gezeigt, daß sie den Beobachtungen nicht gerecht wurden. Von der Zeit ihrer Aufstellung bis Anfang der dreißiger Jahre war diese Frage keineswegs eindeutig entschieden.

[1] [de Sitter 1917b, S. 237]
[2] [Eddington 1925, S. 236]
[3] De Sitter gab als Geschwindigkeit $+150\,\mathrm{km/s}$ an, was der Angabe von $+167\,\mathrm{km/s}$ aus [Herrmann 1998] nahe kommt.
[4] Tolman hat 1934 ebenfalls Werte für den Krümmungsradius berechnet. Aufgrund der verbesserten Beobachtungstechniken waren diese (wie zu erwarten) größer als die Werte von 1917. Sie beliefen sich auf: $R = 2{,}2 \cdot 10^{15}$ AE (A), $R = 1{,}1 \cdot 10^{14}$ AE (B), vgl. [Tolman 1934, S. 345, 359].
[5] [de Sitter 1917c, S. 28]
[6] [Ellis 1986, S. 372]
[7] [Eddington 1934]

4.8.3 “Which model to choose?”

Nun soll die Frage geklärt werden, wie man anfangs über die Realität der Weltmodelle dachte und welches Modell man mit welchen Argumenten bevorzugte.[1] Diese Frage war natürlich eng mit der Frage gekoppelt, welche Geometrie man der Raumzeit zugrunde legen sollte. Bei Schwarzschild findet sich eine passende Aussage, die er bereits 1900 (also 17 Jahre vor der Kontroverse) traf:

> „Man befindet sich da – wenn man will – in einem geometrischen Märchenland, aber das Schöne an diesem Märchen ist, dass man nicht weiss, ob es nicht am Ende doch Wirklichkeit ist.“[2]

Schwarzschild war der Meinung, man könne die Frage der Geometrie durch Messungen entscheiden (also *a posteriori* im Kantschen Sinne), was ihm allerdings mißlang.

Man sollte sich bei der in diesem Abschnitt behandelten Frage stets vor Augen halten, wie der Kenntnisstand in der Astronomie in den Jahren um 1917 war. In dieser Zeit war beispielsweise noch ungeklärt, was für Objekte die „Nebel“[3] waren, ob sie zur Milchstraße gehören oder viel weiter entfernt sind.[4]

Für Einstein war die Frage, ob sein Modell die Wirklichkeit richtig widerspiegelt, nicht von primärer Wichtigkeit, denn er sagte über sein kosmologisches Modell:

> „ob [es], vom Standpunkt des heutigen astronomischen Wissen aus betrachtet, haltbar ist, soll hier nicht untersucht werden.“[5]

Damit war er mit de Sitter einer Meinung, denn dieser schrieb, nachdem er die „Kosmologischen Betrachtungen“ gelesen hatte, in einer Postkarte an Einstein bezogen auf dessen Weltmodell:

> „Ja, wenn Sie ihre Auffassung nur der Wirklichkeit nicht aufzwingen wollen, dann sind wir einig. Als widerspruchslose Gedankenreihe habe ich nichts dagegen, und bewundere ich sie.“[6]

Nachdem Einstein und de Sitter ihre Weltmodelle aufgestellt hatten, gab es insgesamt drei konkurrierende Modelle, zwischen denen man sich entscheiden konnte – Modell A, Modell B und Modell C. Für Einstein war es das eigene Modell,

[1] Dabei liegt in diesem Abschnitt der Hauptaugenmerk auf Einstein, de Sitter und Eddington. Weitere Anmerkungen finden sich in Abschnitt 3.4 und 5.1.

[2] [Schwarzschild 1900, S. 337]

[3] Viele dieser „Nebel“ konnten durch verbesserte Teleskope in Sterne aufgelöst werden (z.B. M31 im Jahre 1923 durch Hubble), und es zeigte sich, daß es sich bei ihnen um Galaxien ähnlich der Milchstraße handelt, siehe [North 1997, S. 336].

[4] Es war erneut Hubble, der die ersten Beweise für eine außergalaktische Natur der Nebel lieferte (vgl. [Ellis 1986, S. 376]).

[5] [Einstein 1917, S. 139]

[6] Doc. 312

welches seiner Meinung nach der Wirklichkeit am nächsten kam (das de Sittersche lehnte er wegen seiner Leere und der nicht möglichen geschlossenen statischen Darstellbarkeit ab, siehe 5.3). De Sitter war in dieser Frage etwas vorsichtiger. Er erörterte zwar die Vor- und Nachteile, die die jeweiligen Modell hatten, entschied sich aber nie wirklich, obwohl er „sein“ Modell leicht bevorzugte. Er wies immer darauf hin, daß letztendlich die Beobachtung/Messung die Entscheidung treffe. Es läßt aber dennoch sein „heimlicher Favorit“ ausmachen: Modell C, weil man in diesem Fall ohne das λ auskommt (vgl. Abschnitt 4.1).

Generell gilt für de Sitter, daß er die Modelle stets für *Modelle* hielt, was für einige der Zeitgenossen von ihm und Einstein wohl nicht galt, denn North schreibt:

> "It was as though, like Plato, so many of them wished to hold to the reality of the form, but at the same time to complain that the form was a very poor copy of reality."[1]

Eddington hatte dies erkannt, denn für ihn waren beide Modelle Grenzfälle – irgendwo dazwischen lag für ihn die Realität.[2]

Die Frage, inwieweit (abgesehen von den anderen Problemen) die Modelle der Realität entsprachen, beantwortete de Sitter mehrfach. In [de Sitter 1917a] ging er beispielsweise der Frage nach, ob man experimentell nachweisen könne, daß es eine Krümmung und damit einen Krümmungsradius gibt. Dazu untersuchte er dessen Einfluß auf die Planetenbewegungen und kam zu dem Ergebnis, daß die Krümmung keinen meßbaren Einfluß auf physikalische oder astronomische Vorgänge hat.[3] Dadurch motivierte sich folgende Aussage:

> "The constant $\sigma[= 1/(4R^2)]$ only serves to satisfy a philosophical need felt by many, but it has no real physical meaning, though it can be mathematically interpreted as a curvature of space."[4]

Er schloß aber nicht aus, daß eventuell in der Zukunft Phänomene beobachtet werden könnten, zu deren Erklärung es der Krümmung bedürfen könnte.[5] "Today,"

[1] [North 1965, S. 106]
[2] Er gab aber auch an, daß gegen diesen Kompromiß Einwände erhoben wurden, vgl. [Eddington 1925, S. 236].
[3] Dies wurde von [Tolman 1934, S. 359] bestätigt.
[4] [de Sitter 1917a, S. 1224]
[5] [de Sitter 1917a, S. 1224] In [de Sitter 1932a] äußerte sich de Sitter ebenfalls zur Frage der Krümmung. Auf S. 118 gab er an, daß es aus meßtechnischen Gründen nicht möglich sei, die Krümmung nachzuweisen. Bei der Diskussion der expandierenden Modelle auf S. 126f gab er einen weiteren Grund für unser Unvermögen an, die Krümmung zu bestimmen: Wir haben nur zwei Meßwerte zur Bestimmung von drei Parametern zur Verfügung.

so Kerszberg,

> "the reality of the curvature is thought of as beyond question and the only problem is one of arriving at the exact form this curvature takes."[1]

Trotz seiner Bedenken dem Krümmungsradius gegenüber hat de Sitter im „Third paper" Abschätzungen für ihn gegeben (siehe Abschnitt 4.8.2).

De Sitter war klar, daß man die in Modell B vorhergesagte Rotverschiebung für das Licht ferner Objekte auch als Kriterium für eine Entscheidung zwischen den Modellen nutzen könnte. Würde eine systematische Rotverschiebung entdeckt, so spräche dies eindeutig für Modell B. Die 1917 von de Sitter angegebenen, durch Messung ermittelten Geschwindigkeiten dreier weit entfernter Nebel waren leider noch kein guter Beleg dafür, da nur zwei von ihnen eine von uns weg gerichtete Geschwindigkeit aufwiesen.[2] Aber selbst das Fehlen einer systematischen Rotverschiebung mußte nach de Sitter noch nicht für Modell A sprechen. Am Ende des „Third paper" schrieb er, daß dieses Fehlen entweder für A spräche *oder* einen größeren Krümmungsradius im Modell B anzeige. Als 1920 von 25 Nebeln lediglich 3 eine negative Geschwindigkeit aufwiesen, tendierte de Sitter zu seinem Modell, zumal ihm die „Gespenster-Sonnen" (vgl. Abschnitt 4.8.2) aus Modell A mißfielen, welche es in seinem Modell nicht gab.[3]

Auch Eddington argumentierte 1922 mit der Rotverschiebungen für Modell B, da es diese ohne zusätzliche Hypothesen erkläre.[4] In einer Tabelle listete er die Radialgeschwindigkeiten von 41 Nebeln auf (Daten von 1922). Von diesen Nebeln wiesen 5 eine auf uns zu gerichtete Geschwindigkeit auf, 36 dagegen entfernten sich von uns. Modell B erkläre dies sogar auf zweierlei Weise, so Eddington. Erstens zeigten in die leere Welt eingesetzte Materieteilchen eine Tendenz der Zerstreuung[5] (was eine Doppler-Verschiebung verursachen würde) und zweitens wiesen weit entfernte Objekte durch die Verlangsamung der Atomschwingungen

[1] [Kerszberg 1989, S. 3]
[2] [de Sitter 1917c, S. 27f] Typisch für de Sitter ist hier, daß er in diesem Artikel nur solche Geschwindigkeiten angab, die von mehr als einem Beobachter unabhängig ermittelt wurden. Nach [Ellis 1986, S. 377] waren 1917 mindestens 15 Radialgeschwindigkeiten von Nebeln bekannt gewesen. Entweder kannte de Sitter diese Werte nicht, oder sie waren nicht von anderen Beobachtern bestätigt worden.
[3] Anhang B12, B13
[4] [Eddington 1925, S. 238], siehe auch [North 1965, S. 105f]
[5] Nach [North 1965, S. 96] war Eddington der Erste, der die Zerstreuung feststellte und ihre Bedeutung für die Astronomie erkannte. De Sitter hatte zwar die beschleunigte Bewegung eingebrachter Materieteilchen erkannt, jedoch maß er ihr scheinbar keine große Bedeutung bei. Siehe auch Abschnitt 4.7.1.

generell ins Rote verschobene Spektren auf.[1] Einzig das Auftreten von einigen auf uns zu kommenden Objekten verhindere nach Eddington ein abschließendes Urteil. Es ist in diesem Zusammenhang sehr interessant, daß in Eddingtons Buch von 1922[2] weitere Anzeichen eines expandierenden Universums zu sehen sind (wenngleich, wie Ellis betont, bei Eddington noch keine Expansion der Raumzeit auftrat)[3]. Er machte sich lediglich Gedanken über die hohen Geschwindigkeiten ($\approx$ 500 km/s) der weit entfernten Spiralnebel, da diese etwa zehnmal so groß seien wie die Geschwindigkeiten, die wir aus dem stellaren System kennen. Modell B liefere dafür eine Erklärung, so Eddington (vgl. Abschnitt 4.7.1). Eddington schrieb:

> „Man hat zuweilen gegen die de Sittersche Welt die Tatsache ins Feld geführt, daß sie aufhört, statisch zu sein, sobald irgendwelche Materie in sie eingeführt wird. Indessen spricht diese Eigenschaft vielleicht eher zugunsten der de Sitterschen Theorie als gegen sie.“[4]

Trotz der ihm bekannten Vorteile des Modells B bevorzugte Eddington die Zylinderwelt, da sie „für das Vorkommen einer sehr großen reinen Zahl als Naturkonstanten eine Erklärung zu geben [vermag].“[5]

Erwähnenswert ist in diesem Kontext, daß Hubble 1929 zunächst dachte, er habe mit den systematischen Fluchtgeschwindigkeiten einen Beweis für das de Sittersche Modell gefunden. Dies wird in Abschnitt 3.4 etwas näher untersucht.

Der Vollständigkeit halber muß in diesem Zusammenhang noch erwähnt werden, daß im de Sitterschen Modell auch Violettverschiebungen auftreten können. North zeigt[6], daß Licht einer Masse, die in einem Abstand $r > R \cos^{-1} |v|$ plaziert werden würde, eine Verschiebung ins Violette erfahren würde, die umso stärker wäre, je näher die Masse dem Äquator käme.

Ebenfalls zu erwähnen ist die Existenz von Kritikern Eddingtons, die etwa die Zerstreuungstendenz von Masseteilchen im Modell B angriffen. Ludwig Silberstein beispielsweise hatte 1924 berechnet, daß das Verhältnis von auseinan-

---

[1] Aus letzterer Erklärung habe man „irrtümlicherweise auf eine von uns fort gerichtete Bewegung geschlossen“, so Eddington in [Eddington 1925, S. 238]. Dies ist sehr verwirrend, da er weiterhin von ebensolchen Bewegungen redete (die Erläuterung folgte erst auf den Seiten 241f). Eine modernere Betrachtung der Rotverschiebungen in der de Sitter Welt findet sich in [Ellis 1986, S. 374].

[2] In diesem Jahr erschien die Originalausgabe von [Eddington 1925] sowie der Artikel von Friedmann [Friedmann 1922].

[3] [Ellis 1986, S. 373]

[4] [Eddington 1925, S. 237]

[5] [Eddington 1925, S. 245ff] Er wollte das Verhältnis von Elektronenradius zur Gravitationsmasse des Elektrons mit der Gesamtzahl der Teilchen im Universum in Verbindung bringen, siehe S. 246.

[6] [North 1965, S. 95]

derstrebenden Teilchen zu sich sammelnden Teilchen etwa 1 : 5 betragen sollte.[1] Nachdem später die Beobachtungen ein Überwiegen der von uns weg gerichteten Geschwindigkeiten zeigten, war diese Berechnung natürlich nicht mehr von großem Wert.

Nach dem „Bekanntwerden" der Expansion des Universums stellte de Sitter in seinem Buch „Kosmos"[2] von 1932 rückblickend die Frage: Entsprach eher Modell A oder eher Modell B der Realität? Er untersuchte, ob man sich zwischen dem massenerfüllten, statischen A oder dem leeren, expandierenden B entscheiden könne. Gehe man nach der im Universum nun mal enthaltenen Materie, so müsse man sich für A entscheiden. Berücksichtige man hingegen die Expansion, so falle die Wahl auf B. Er kam so zu dem Schluß, daß weder A noch B dem wirklichen, reellen Universum entsprechen konnten.[3] Torretti bestätigt dies etwa 64 Jahre später:

> “[model A] is no worse an approximation than Einstein's *plenum* [model B] to what is actually seen through the telescope."[4]

Nicht nur aus heutiger Sicht ist es also klar, daß weder Modell A noch Modell B der Wirklichkeit entsprachen und Grenzfälle einer allgemeineren, modernen Beschreibung des Universums sind. Trotzdem waren beide Modelle (und ihre Genese) interessante Studienobjekte, an denen man viel lernen konnte und die – als Grundlage – die weitere Entwicklung überhaupt erst ermöglichten.

Nach diesen „Ausflügen" nun wieder zurück zu der Situation nach Abschnitt 4.6.3. Es stand die Meinung Einsteins im Raum, daß sich am Äquator der de Sitterschen Welt Massen befänden. Die Aufklärung dieses Einsteinschen Irrtums folgt im nächsten Kapitel.

---

[1] Siehe [Silberstein 1924, S. 910] bzw. [North 1965, S. 97/103], wo allerdings auf den falschen Artikel verwiesen wird.

[2] [de Sitter 1932a]

[3] Zusammenfassend kann man sagen, daß die beiden wichtigsten Kriterien für eine Entscheidung zwischen den Modellen A und B die des *Materieinhalts* und die der *Spektrallinienverschiebung* waren.

[4] [Torretti 1996, S. 199]

5 Die weiteren Beteiligten

In diesem Kapitel ist der eigentliche Höhepunkt der Arbeit verborgen. Im Abschnitt 5.2 wird die projektive Interpretation der de Sitter Welt durch Klein dargestellt, die schließlich Einstein dazu bewegte, seine Kritik an de Sitters Modell B zurückzuziehen und es als Lösung der modifizierten Feldgleichungen anzuerkennen. Einstein mußte zugeben, daß die 2. Singularität ebenfalls nur scheinbar war. Mit der mathematischen Anerkennung ging aber noch lange keine physikalische Anerkennung einher, wie in Abschnitt 5.3 dargelegt wird.[1]

5.1 Hermann Weyl

Einsteins Briefwechsel mit Weyl hatte nach einer mehr als einjährigen Pause erst wieder begonnen, als die Frage, ob sich an der Singularität in Modell B Masse befindet oder nicht noch in der Schwebe war. Der erste Brief[2] dieser Periode von Weyl war vom 1.3.1918. In ihm schrieb Weyl an Einstein, daß er ihm Druckbögen seines neuen Buches *Raum–Zeit–Materie* zukommen lassen werde.[3] Als Eintrittsdatum von Weyl in die Kontroverse könnte man dann den 15.4.1918 nennen. An diesem Tag hatte Einstein de Sitter geschrieben, daß Weyl in seiner ersten Ausgabe von *Raum–Zeit–Materie* zeigen würde, daß es sich bei der Singularität am Äquator um eine Massenansammlung handele (siehe 4.6.3).

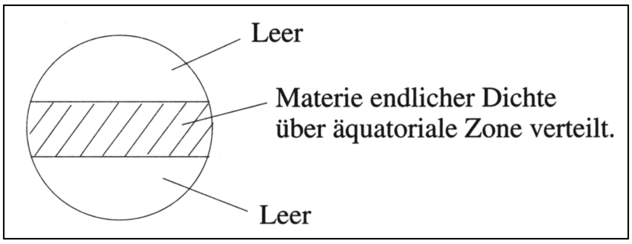

Abb. 10: „Materiegürtel“

In dem Briefwechsel zwischen Weyl und Einstein ging es im wesentlichen um die Berechnung statischer, kugelsymmetrischer Lösungen der Feldgleichungen, welche Weyl durchführte, sowie in diesem Zusammenhang um die Frage, ob die elliptische oder die sphärische Interpretation die bessere sei. Eine der Lösungen war die statische de Sittersche Lösung, welche aber von Weyl nicht als diese identifiziert wurde. Um die Lösung überall regulär zu machen, hatte Weyl die de Sitter-Lösung mit einer Lösung für eine inkompressible Flüssigkeit kombiniert. Diese sogenannte „Hybrid-Lösung“ wies einen „Materiegürtel“ um den Äquator auf (siehe Abb. 10).

[1] siehe auch [EarEis 1999, S. 194-201]
[2] Doc. 472
[3] Das Buch entstand aus einer gleichnamigen, dreistündigen Vorlesung Weyls, die er im Sommersemester 1917 gehalten hatte, wie Weyl im selben Brief bemerkte. Von den Druckbögen war Einstein begeistert, wie er Weyl am 8.3.1918 schrieb (Doc. 476).

In weiteren Briefen[1] versuchte Einstein Weyl zu zeigen, daß die Materieverteilung am Äquator nicht notwendigerweise symmetrisch sein müsse, was Weyl zur Identifikation gegenüberliegender Punkte (elliptische Deutung) gefordert hatte. In Doc. 544 an Einstein gab Weyl Verbesserungen seiner Fehler und deutet die Untersuchung des Falles an, bei dem man die äquatoriale Massenzone gegen einen unendlich dünnen Massenring konvergieren läßt (siehe Abb. 11). Dabei, so Weyl, strebe die Massendichte gegen Unendlich, so daß sich selbst für eine unendlich dünne Massenzone eine endliche Masse ergäbe.[2] Er schrieb:

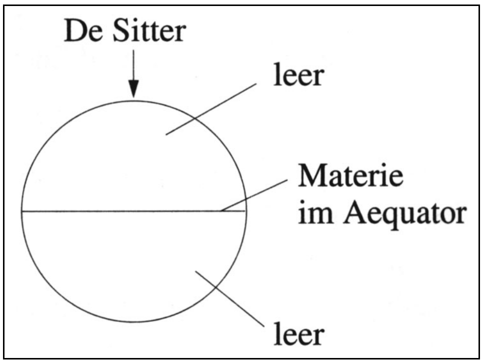

Abb. 11: Äquatorialer Massenring

> „Dies Resultat, daß die in der Zone enthaltene Masse nicht zu 0 herabsinkt, auch wenn ihre Dicke gegen 0 konvergiert, dürfte Ihren Beifall finden.“[3]

Damit spielte er natürlich auf die Einsteinsche Interpretation der äquatorialen Singularität als Massenansammlung an. Einsteins Antwort elf Tage später zeigte dessen Zufriedenheit:

> „Ich freue mich, dass Sie die Zonenangelegenheit nun in Ordnung gebracht haben. Nun entspricht das Resultat ganz dem, was man erwarten musste.“[4]

Einstein hatte, so schien es, Recht behalten. Modell B enthielt scheinbar doch Materie und konnte nicht als Gegenbeispiel zum Machschen Prinzip angesehen werden. Doch bereits am selben Tag, an dem Einstein vorstehend zitierte Zeilen an Weyl schrieb, hatte Klein den ersten seiner zwei Briefe zur Aufklärung der Singularität verfaßt (siehe folgenden Abschnitt 5.2).

An dieser Stelle noch einige Bemerkungen zu Weyls mehrfach zitiertem Buch *Raum–Zeit–Materie*. Dazu ist es nötig, einen Aspekt der Kleinschen Aufklärungsbemühungen, die erst in den nächsten beiden Abschnitten beschrieben werden, vorwegzunehmen: Obwohl Weyl zunächst die Einsteinsche Zylinderwelt bevorzugte, wandelte sich seine Einstellung von der vierten (1921) zur fünften (1923) Auflage von *Raum–Zeit–Materie*. Diese und die folgenden Aussagen beziehen sich

[1] Doc. 511 und Doc. 513

[2] Darüber gab es in den 20er Jahren eine Diskussion mit Lanczos bzw. Laue und Sen. Lanczos fand, daß die Masse unendlich sei. Laue und Sen fanden, daß die Masse jeden beliebigen Wert annehmen könne, vgl. [Lanczos 1922], [Weyl 1923b] und [Laue und Sen 1924].

[3] Doc. 544

[4] Doc. 551

dabei lediglich auf den §39[1] „Über die Zusammenhangsverhältnisse der Welt im Großen (Kosmologie)" des Buches.[2] Zunächst schilderte Weyl die nach Einstein geltenden Verhältnisse, wie er es in den vorherigen Auflagen auch getan hatte. Seine darauf folgende Abkehr von der Einsteinschen Zylinderwelt und sein neues Bekenntnis[3] zu Modell B leitete er mit dem Satz ein:

> „So verlockend nach dem Allen die Einsteinsche Kosmologie erscheinen mag, es stehen ihr doch schwere Bedenken entgegen."[4]

Zunächst begründete er seinen Wandel mit – wie er selbst sagte – Tatsachen. Die Beobachtungen[5] zeigten, so Weyl, daß zum einen den Sternen ein Alter zuzuschreiben sei und zum anderen, daß der Zustand des Universums nichts mit einem „statistischen Endzustand" zu tun habe. Ebenso ließe sich die Vorstellung einer gleichmäßigen Massenverteilung in Anbetracht der astronomischen Messungen nicht halten, die viel eher den Eindruck von „Sternenwolken in weiten leeren Räumen"[6] vermitteln würden. Er stellte als nächstes die de Sittersche Hyperbelwelt mit ihren Vorteilen vor, wobei er nun endlich Klein verstanden zu haben schien (siehe 5.2). Er sah es als großen Vorteil an, daß sich in Modell B die (Vergangenheits-)Lichtkegel nicht selbst überdecken (siehe 4.4.1).

Im Zusammenhang mit seinem Aufruf, die „einseitige statische Denkweise aufzugeben"[7] begann Weyl, an der „Begründung der Einsteinschen Kosmologie Kritik zu üben"[8]. Dabei ging es ihm um Kritik an der von Einstein als Machschen Prinzips bezeichneten Vorstellung. Anhand von zwei Beispielen versuchte Weyl klarzumachen, warum es für ihn ausgeschlossen schien,

> „daß es ihr [der Einsteinschen Kosmologie] gelingen wird, die Trägheitsführung der Körper in den großen fernen Massen zu verankern."[9]

Er sah es als sicher an, daß eine Erklärung der Trägheit nicht im räumlich Unendlichen, sondern im zeitlich Unendlichen zu suchen sei.

Abrundend kann man noch erwähnen, daß in diesem hier erörterten §39 zum ersten mal das „Weylsche Prinzip" auftauchte, welches auf einer „wunderbaren Eigenschaft" des Hyperboloids basiert.[10]

[1] In der 4. Auflage ist dies der §34, in der 1. Auflage der §33.
[2] Zu den aus der de Sitter Welt hervorgegangenen Überlegungen Weyls siehe [Bergia 1998].
[3] Er sagte aber ganz eindeutig, daß die endgültige Entscheidung zugunsten eines der beiden Modelle noch vertagt werden müsse, vgl. [Weyl 1923, S. 297].
[4] [Weyl 1923, S. 292]
[5] Erstaunlicherweise gab er keine neueren Quellen an.
[6] [Weyl 1923, S. 292]
[7] [Weyl 1923, S. 294]
[8] [Weyl 1923, S. 295] Zuvor hatte Weyl noch bemerkt, daß in Modell B der „Zwang zur Massenerfüllung" hinfällig geworden sei.
[9] [Weyl 1923, S. 296]
[10] [Weyl 1923, S. 294f] Mehr dazu in [North 1965, S. 100ff] oder [Kerszberg 1989, S. 330ff, 370ff].

5.2 Felix Klein

Über kosmologische Fragen hatte Einstein mit Klein erst in den Briefen ab April 1918 diskutiert. Dabei ging es zunächst nur um die Entscheidung, ob die sphärische oder die elliptische Deutung bevorzugt werden sollte. Allerdings hatte Klein dabei Modell A mit Modell B verwechselt, so daß die Diskussion anfangs nicht sehr fruchtbar war.[1] Als Klein im Mai dann seine Verwechslung bemerkte, schrieb er Einstein, um seine Fehler zu verbessern und die Frage nochmals – diesmal korrekt – zu erörtern. In diesem Brief[2] war bereits enthalten, daß man die in der de Sitterschen Lösung auftretende 2. Singularität wegtransformieren kann – sie lediglich von der Koordinatenwahl herrührt.

Letztendlich gab die Untersuchung Kleins den Ausschlag, daß Einstein zugeben mußte, daß de Sitter in der Tat eine materiefreie Lösung der Feldgleichungen mit Lambda-Glied gefunden hatte, was er bis dato (18.6.1918) nicht hatte wahrhaben wollen. An diesem Tag schrieb er an Felix Klein:

> „Sie haben vollkommen Recht. Die de Sitter'sche Welt ist an sich singularitätsfrei und ihre Weltpunkte sind alle gleichwertig. [. . .] Meine kritische Bemerkung gegenüber der de Sitter'schen Lösung bedarf der Berichtigung; es existiert thatsächlich eine singularitätenfreie Lösung der Gravitationsgleichungen ohne Materie.“[3]

Courant bemerkte, daß es Klein freute, „daß er, am Abend seines Lebens, ganz wesentlich zur Klärung der mathematischen Grundlagen der Relativitätstheorie beitragen konnte, indem er nur seine alten Gedanken aus dem *Erlanger Programm* sinngemäß auf die neuen Fragen anzuwenden brauchte.“[4] Klein formulierte es so:

> „ich empfinde eine gewisse Genugtuung, daß dabei meine alten Ideen von 1871-72 zu entscheidender Geltung kommen.“[5]

Durch Zuhilfenahme seiner früheren Ergebnisse hatte er belegen können, daß de Sitter ein Gegenbeispiel zu Einsteins Machschem Prinzip gefunden hatte. Am selben Tag (31.5.1918), an dem Einstein an Weyl schrieb

> „Ich freue mich, dass Sie die Zonenangelegenheit nun in Ordnung gebracht haben. Nun entspricht das Resultat ganz dem, was man erwarten musste.“[6]

verfaßte Klein den schon erwähnten Brief[7] an Einstein, in dem er zum ersten Mal versuchte hatte, Einstein zu zeigen, daß die Singularität am Äquator lediglich von der Koordinatenwahl herührt und keine wirkliche Singularität ist, an

[1] Die relevanten Briefe sind Doc. 518/523. Siehe auch Fußnote 24 zu Doc. 487.
[2] Doc. 552
[3] Doc. 567
[4] [Courant 1925, S. 766]
[5] [Klein 1918a, S. 586]
[6] Doc. 551
[7] Doc. 552

der – wie dieser vermutete – alle Masse konzentriert sei. Allerdings hatte Klein dieses Resultat nicht sonderlich hervorgehoben und zudem projektive Konzepte benutzt, so daß Einstein zunächst nicht verstand, was Klein ihm in diesem Brief unter anderem sagen wollte. Dies kann man dem Antwortschreiben[1] Einsteins indirekt entnehmen, da er in ihm lediglich seine alten Anschauungen und Argumente wiederholte und zudem auf das in Kürze (1918) erscheinende Buch *Raum–Zeit–Materie* von Weyl hinwies, in welchem auch Weyl Einsteins Meinung war.[2] Deshalb wurde Klein in einem weiteren Brief deutlicher. Er schrieb:

> „Ich kam zu dem Resultat, daß sich die von Ihnen bemerkte Singularität in der Tat einfach wegtransformieren läßt.“[3]

Im Anschluß daran wiederholte er seine Argumentation aus dem vorausgegangenen Brief[4]. Diesmal entging Einstein der entscheidende Punkt des Briefes nicht, und er schrieb die bereits zu Beginn des Abschnitts zitierten Zeilen, in denen er das Modell B als Lösung anerkannte. Damit war endgültig jede Masse aus dem de Sitterschen Modell verschwunden, die Einstein für ca. elf Monate dort gesehen hatte.[5] Auch in einem Brief an Paul Ehrenfest gab Einstein zu, daß seine Kritik nicht berechtigt gewesen war:

> „Hoffentlich erholt sich De Sitter bald wieder; meine Kritik an einer seiner Arbeiten war zum Teil nur zutreffend, was mir jetzt besonders leid thut.“[6]

Einstein hat jedoch keine Richtigstellung zu seinem Artikel [Einstein 1918][7] veröffentlicht, was man aufgrund der zitierten Textpassagen durchaus hätte annehmen können (und was er in bezug auf Friedmann 1922 dann getan hat, vgl. Abschnitt 3.4).

Die in den Briefen Kleins nur recht knapp dargelegten Argumente und projektiven Anschauungen waren in [Klein 1918a] wesentlich ausführlicher gehalten. Deshalb wird im folgenden auf die relevante Passage (III. Über de Sitters Hypothese B) dieser Abhandlung eingegangen.

Das Ziel des III. Abschnittes war für Klein die „vorkommenden Verhältnisse durch möglichst einfache Formeln überzeugend darzulegen.“[8] Zunächst gab er die

[1] Doc. 556
[2] Wie aus dem Brief von Klein an Einstein vom 5.7.1918 (Doc. 581) zu ersehen ist, war nicht nur Einstein, sondern auch Klein ein begeisterter Leser des Buches von Weyl.
[3] Doc. 566
[4] Doc. 552
[5] Der Gedanke, daß sich Massen am Äquator befinden, tauchte das erste Mal am 22.7.1917 in Doc. 363 auf.
[6] Doc. 664. De Sitter mußte sich von einer erneuten Krankheit erholen, nicht etwa von der Kritik Einsteins.
[7] In diesem hatte Einstein seine Kritik an Modell B veröffentlicht.
[8] [Klein 1918a, S. 604]

Gleichungen für die pseudosphärische Welt sowie für das Linienelement an:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - \nu^2 + \omega^2 = \frac{R^2}{c^2} \tag{64}$$

$$d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2 - d\nu^2 + d\omega^2 = -ds^2 \tag{65}$$

Daraus ergibt sich, daß die so eingeführte Welt eine konstante (Riemannsche) Krümmung von $-\frac{c^2}{R^2}$ aufweist[1]. Er stellte weiterhin fest, daß diese Welt durch eine G_{10} pseudoorthogonaler Substitutionen in sich übergeht und daß diese G_{10} die größte Gruppe ist, für die dies gilt. Nun ging Klein über zur pseudoelliptischen Welt, indem er diametral gegenüberliegende Punkte identifizierte und diese als Schnitt der diametralen Geraden mit einer projektiven Tangentialebene[2] in selbige abbildete. Bewerkstelligt wurde dies durch folgende Abbildung:

$$x = \frac{R}{c} \cdot \frac{\xi}{\omega}, \quad y = \frac{R}{c} \cdot \frac{\eta}{\omega}, \quad z = \frac{R}{c} \cdot \frac{\zeta}{\omega}, \quad u = \frac{R}{c} \cdot \frac{\nu}{\omega}, \tag{66}$$

die als Umkehrabbildung

$$\begin{aligned} &\xi = \frac{Rx}{c\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - u^2 + \frac{R^2}{c^2}}}, \quad \eta = \ldots, \quad \zeta = \ldots, \\ &\nu = \ldots, \quad \omega = \frac{R^2}{c^2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - u^2 + \frac{R^2}{c^2}}} \end{aligned} \tag{67}$$

hat. Vermöge der Abbildung (66) können $\xi, \eta, \zeta, \nu, \omega$ auch als homogene Koordinaten aufgefaßt werden. Schreibt man nun Gleichung (64) in den neuen Koordinaten, so ergibt sich

$$x^2 + y^2 + z^2 - u^2 + \frac{R^2}{c^2} = \frac{R^2}{c^2} \cdot \frac{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - \nu^2 + \omega^2)}{\omega^2} = \frac{R^4}{c^4\omega^2} > 0. \tag{68}$$

Die Ungleichheit besteht, da die ursprünglichen Koordinaten $\xi, \ldots, \omega$ stets reell genommen werden. Fortan betrachtete Klein die Verhältnisse der pseudoelliptischen Welt, um an ihnen die Situation zu erklären.[3] In 11 Punkten ging er der Reihe nach vor, um die Sachlage darzulegen.

Als erstes stellte Klein fest, daß die Maßbestimmung in der pseudoelliptischen Welt eine projektive Maßbestimmung mit der zugehörigen absoluten Figur[4]

$$x^2 + y^2 + z^2 - u^2 + \tfrac{R^2}{c^2} = 0 \qquad \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - \nu^2 + \omega^2 = 0 \tag{69}$$

[1] [Klein 1928, S. 193]
[2] Diese ist 4-dimensional.
[3] In [du Val 1924] findet sich eine Darstellung mittels sphärischer Verhältnisse.
[4] In Gleichung (69) und den folgenden, gleichartig gesetzten Gleichungen sind affine und homogene Koordinaten vergleichend gegenübergestellt.

ist, welche er der Analogie und Kürze wegen als (zweischaligen) Hyperboloid bezeichnete (obgleich es sich um ein vierdimensionales Gebilde handelt). Dieser Hyperboloid ist der Schnitt des Asymptotenkegels zu (64) mit der projektiven Ebene. Anhand Gleichung (68) sieht man, daß sich die möglichen $x, \ldots, u$-Werte zwischen den Schalen des Hyperboloids bewegen. Dabei bezeichnet *zwischen den Schalen* das Gebiet, von dessen Punkten aus sich *reelle* Tangentialkegel an den Hyperboloid legen lassen[1].

Weiter stellte Klein fest, daß die transformierte G_{10} der pseudoorthogonalen Transformationen der $\xi, \ldots, \omega$ für die $x, \ldots, u$ ebenfalls die größte Gruppe bildet, welche die absolute Figur (69) fest läßt. Es ist also gemäß Kleins Erlanger Programm durch die absolute Figur und die Transformationsgruppe eine Geometrie (zweischaliger Hyperboloid, G_{10}) definiert.

Als *Räume* bezeichnete Klein die Gebilde, die sich als einzelne lineare Gleichung in den $x, \ldots, u$ (bzw. als homogene Gleichung in den $\xi, \ldots, \omega$) darstellen lassen. Betrachtet man nun die Räume, die sich zwischen den Schalen des Hyperboloid erstrecken, so haben sie keine reellen Schnittpunkte mit dem Hyperboloid, weisen also eine elliptische Maßbestimmung auf[2]. Dies rechtfertige, so Klein, die de Sittersche Welt als ebenfalls räumlich geschlossene Welt neben die Einsteinsche Zylinderwelt zu stellen.

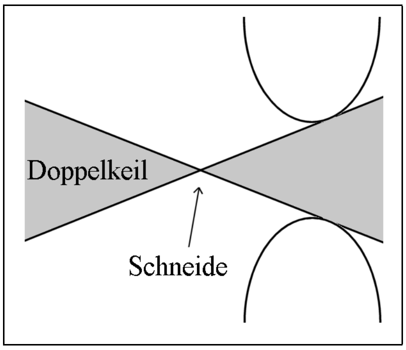

Abb. 12: Doppelkeil und Doppelschneide

Diejenigen Räume, die den Hyperboloid nur in einem Punkt berühren, nannte Klein konsequenterweise *Tangentialräume*. Als Beispiel führte er

$$u = \pm \tfrac{R}{c} \qquad \nu \mp \omega = 0 \tag{70}$$

an. Betrachtet man zwei beliebige Tangentialräume (3-dimensional), so begrenzen sie ein zusammenhängendes Weltstück, welches komplett außerhalb des Hyperboloids liegt.

Klein bezeichnete dieses Weltstück ob seines Aussehens als *Doppelkeil* (siehe Abb. 12). Als *Doppelschneide* des Doppelkeils bezeichnete er den Schnitt der Tangentialräume, welcher ein 2-dimensionales Gebiet ist. Diese Schneide entspricht dem Äquator in der Einstein-Weylschen Deutung.

Als nächstes griff Klein die beiden Tangentialräume (70) heraus. Wählt man die Tangentialräume wie in (70), so gehören die Punkte

$$-\tfrac{R}{c} < u < +\tfrac{R}{c} \qquad -1 < \tfrac{\nu}{\omega} < +1 \tag{71}$$

dem so gebildeten Doppelkeil an. Für alle Punkte der Schneide muß dann $\nu - \omega = 0 \wedge \nu + \omega = 0$ gelten, woraus zwangsläufig $\nu = \omega = 0$ folgt. Aufgrund von (66) wird u für die Punkte der Schneide unbestimmt. Es tritt genau die Situation ein,

[1] [Klein 1928, S. 175]
[2] [Klein 1928, S. 175]

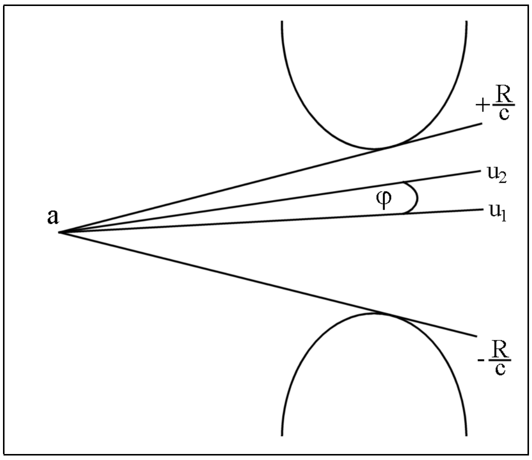

Abb. 13: Kleinsche Deutung projektiv skizziert

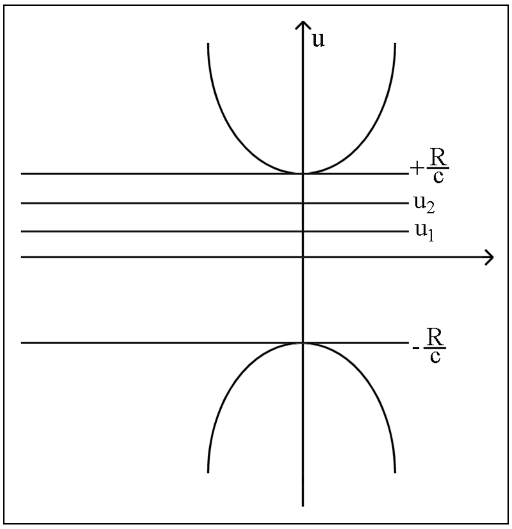

Abb. 14: Kleinsche Deutung affin skizziert

wie sie zur Einführung einer projektiven Maßbestimmung benötigt wird. Es ist eine absolute Figur (zweischaliger Hyperboloid) gegeben. Weiter existieren zwei Tangentialräume. Diese schneiden sich in einer zweidimensionalen Achse a (die Schneide). Wenn man nun zwei weitere Räume u_1, u_2 innerhalb des so bestimmten Doppelkeils wählt, die als Schnitt ebenfalls die Achse a gemein haben, so kann man zwischen ihnen einen *Pseudowinkel* einführen. Als Räume wählte Klein

$$u = u_1, \quad u = u_2 \qquad \tfrac{\nu}{\omega} = \tfrac{\nu_1}{\omega_1}, \quad \tfrac{\nu}{\omega} = \tfrac{\nu_2}{\omega_2}, \tag{72}$$

wobei u (bzw. $\frac{\nu}{\omega}$) den Bedingungen aus (71) genügen soll. Diese vier Räume bestimmen nun ein Doppelverhältnis:

$$DV = \frac{u_1 + R/c}{u_1 - R/c} : \frac{u_2 + R/c}{u_2 - R/c} = \frac{\nu_1 + \omega_1}{\nu_1 - \omega_1} : \frac{\nu_2 + \omega_2}{\nu_2 - \omega_2}. \tag{73}$$

Daraus konnte leicht ein Winkel eingeführt werden:

$$\sphericalangle(u_1, u_2) = A \cdot \ln \frac{u_1 + R/c}{u_1 - R/c} : \frac{u_2 + R/c}{u_2 - R/c}. \tag{74}$$

Dabei ist die Konstante A reell zu wählen, denn das Doppelverhältnis ist in dieser Konstellation reell[1]. Aus Rücksicht auf die de Sitterschen Entwicklungen wählte Klein $A = \frac{R}{2c}$ und o.B.d.A. $u_2 = 0$.[2] Letzteres bewirkt, daß der Winkel von $u = 0$ an gezählt wird. Aufgrund der eben durchgeführten Ersetzungen und bei Verzicht

[1] [Klein 1928, S. 171]
[2] Hier bedeutet c wie üblich die Lichtgeschwindigkeit.

auf den nun überflüssigen Index bei u_1, ν_1 und ω_1 ergibt sich für den Winkel φ zwischen den Räumen u_1 und u_2:

$$\varphi := \frac{R}{2c} \ln \frac{R/c + u}{R/c - u} = \frac{R}{2c} \ln \frac{\omega + \nu}{\omega - \nu}. \tag{75}$$

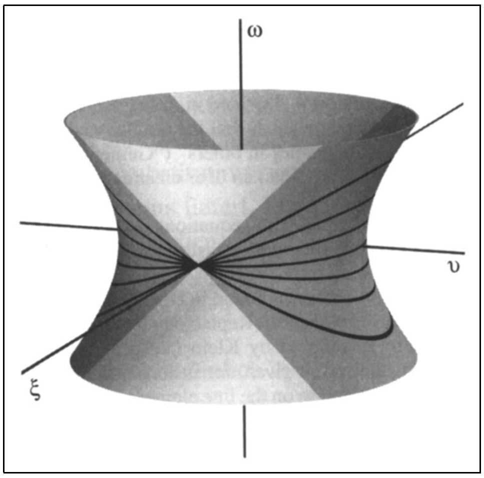

Abb. 15: Doppelkeil im Hyperboloid

Wenn u von $-\frac{R}{c}$ bis $+\frac{R}{c}$ läuft, dann wächst φ von $-\infty$ bis $+\infty$, was charakteristisch für die hyperbolische Maßbestimmung ist.[1] Versucht man jedoch für die Punkte der Schneide ($u = \pm\frac{R}{c}$ bzw. $\nu = \omega = 0$) den Winkel zu ermitteln, so stellt man fest, daß dieser nach (75) unbestimmt ist, ganz so wie man es bei ebenen Polarkoordinaten für den Ursprung kennt (hier sind die beiden isotropen Geraden nur imaginär!).

Warum die Punkte der Schneide (bzw. des Äquators) keine ausgezeicheten Punkte sind, ist jetzt klar: Denn ebenso wie der Ursprung in der Ebene sind die Punkte der Schneide völlig gleichwertig mit allen anderen Punkten. Wählt man zwei beliebige andere Tangentialräume, so bestimmen andere Punkte die Schneide, und die zuvor noch unbestimmten Punkte sind wieder bestimmt. In Abb. 15 sieht man die eben erläuterten Verhältnisse, nur sind sie diesmal auf dem ursprünglichen Hyperboloid betrachtet. Lediglich der dunkelgrau hinterlegte Teil stellt eine de Sittersche Welt dar, der hellgrau hinterlegte Teil des Hyperboloids gehört nicht mehr dazu. Die eingezeichneten Ellipsen entsprechen dabei den Räumen ($t = \text{const.}$).

Am Anfang des §9 ging Klein auf die Massenlosigkeit der de Sitterschen Welt ein, was hier übersprungen wird. Danach suchte Klein nach einer geeigneten Einführung einer Zeit t. Er ging dabei von der Einsteinschen Auffassung aus, daß die Welt *statisch* sein soll, d.h. bei Vermehrung von t um eine Konstante darf sich ds^2 nicht ändern. Klein kam zu dem Schluß, daß die Gruppe (eine Untergruppe der G_{10}), die diese Vermehrung bewerkstelligt, einer fortgesetzten Drehung der pseudoelliptischen Welt um eine festliegende, zweidimensionale Achse entspricht. Die Zeit stimmt also bis auf eine additive Konstante mit dem Pseudowinkel eines Doppelkeils überein. Unter Verwendung zweier Tangentialräume wie $\nu = 0$, $\omega = 0$ und unter Verzicht auf die additive Konstante entspricht die Zeit t folgendem Ausdruck:

$$t = \frac{R}{2c} \ln \frac{\omega + \nu}{\omega - \nu}. \tag{76}$$

[1] [Klein 1928, S. 174] oder [Yaglom 1979, S. 218]

Klein stellte fest, daß es ∞^6 Paare solcher Tangentialräume gibt, was nichts anderes bedeutet, als daß es möglich ist, die Zeit auf ∞^6 Weisen[1] einzuführen. Dies stehe zum einen im Gegensatz zur Zylinderwelt, wo die Zeit bis auf eine additive Konstante festgelegt ist und zum anderen im Gegensatz zur SRT, in der t nach Festlegung von Zeiteinheit und Anfangspunkt noch drei freie Parameter enthält, so Klein.

Nun wollte Klein noch zeigen, daß die nach (76) eingeführte Zeit auch konsistent mit dem de Sitterschen ds^2 ist. Dazu gab er folgende Substitution an, welche die Bedingung (64) erfüllt:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{R}{c}\sin\theta\cos\varphi & \eta &= \frac{R}{c}\sin\theta\sin\varphi\cos\psi \\ \zeta &= \frac{R}{c}\sin\theta\sin\varphi\sin\psi & \nu &= \frac{R}{c}\cos\theta\sinh\frac{ct}{R} \\ \omega &= \frac{R}{c}\cos\theta\cosh\frac{ct}{R}. \end{aligned} \tag{77}$$

Setzt man die so substituierten Variablen nun in

$$-ds^2 = d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2 - d\nu^2 + d\omega^2$$

ein, dann erhält man

$$-ds^2 = \frac{R^2}{c^2}\left(d\theta^2 + sin^2\theta\cdot d\varphi^2 + \sin^2\theta\sin^2\varphi\cdot d\psi^2\right) - \cos^2\theta\cdot dt^2, \tag{78}$$

was dem de Sitterschen ds^2 entspricht.[2] Dividiert man die Gleichungen für ν und ω aus (77) durcheinander, so erhält man

$$\tanh\frac{ct}{R} = \frac{\nu}{\omega}, \tag{79}$$

was Gleichung (76) entspricht, wie man leicht nachrechnet. Das Gebiet, welches durchlaufen wird, wenn man in (77) die Variablen θ, φ, ψ in den üblichen Grenzen, und $-\infty < t < +\infty$ variiert, nannte Klein eine *de Sittersche Welt.* Nach (79) durchläuft $\frac{\nu}{\omega}$ dann die Werte von -1 bis $+1$. Die de Sittersche Welt ist also der vorher beschriebene Doppelkeil. Seine beiden „Flanken“ $\nu - \omega = 0$ und $\nu + \omega = 0$ erscheinen als unendlich ferne Zukunft bzw. unendlich ferne Vergangenheit. Die Punkte der Schneide jedoch erscheinen als Singularität, da hier $t = \frac{0}{0}$, also unbestimmt wird.

[1] Dies läßt sich recht schnell einsehen, denn ein Gebilde zweiter Ordnung, etwa $\sum_{i,j=1}^{4} a_{ij}x^i x^j = 0$, hat zehn, nach Normierung nur noch neun freie Parameter. Die Gruppe der projektiven Transformationen hat 15 freie Parameter. Somit verbleiben noch $15-9=6$ Parameter zur Überführung des Kegelschnitts in sich.

[2] Man ersetze: $\theta \to \frac{r}{R}, \varphi \to \psi, \psi \to \theta$.

Eine Bemerkung, die Klein in einem Vortrag vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft gemacht hatte, wurde von ihm noch einmal wiederholt

> „Zwei Astronomen, die, beide in einer de Sitterschen Welt lebend, mit verschiedenen de Sitterschen Uhren ausgestattet wären, würden sich hinsichtlich der Realität oder Imaginärität irgendwelcher Weltereignisse in sehr interessanter Weise unterhalten können.“[1]

und interpretiert. Der gerade geschilderte Sachverhalt entspricht nämlich der Tatsache, daß verschiedene Doppelkeile (durch verschiedene Paare von Tangentialräumen bestimmt) nur teilweise überlappen. Weiter stellte Klein fest, daß Weltlinien solche Kegelschnitte sind, die die absolute Figur im selben Punkt wie die Tangentialräume berühren. Die Gruppe, die eine de Sittersche Welt in sich überführe, sei nur noch eine G_4, die nicht nur den Hyperboloid, sondern auch die Tangentialräume festhalten muß.[2]

Zum Ende des Artikels hin bestätigte Klein noch die Materiefreiheit der de Sitterschen Welt, da aus

$$\lambda g_{\mu\nu} = \tfrac{3c^2}{R^2} g_{\mu\nu} \quad (\mu, \nu = 1, \ldots, 3) \quad \text{und} \quad \lambda g_{44} = \tfrac{3c^2}{R^2} g_{44} + \kappa c^2 \varrho \quad (\mu = \nu = 4) \tag{80}$$

eindeutig

$$\lambda = \frac{3c^2}{R^2}, \quad \varrho = 0 \tag{81}$$

folgte. Abschließend bemerkte Klein, daß alle seine Resultate mit den von de Sitter gemachten Angaben übereinstimmten und den Einwänden widersprachen, die Einstein und Weyl geltend machten. Beide meinten, entlang der Schneide Materie zu finden. Klein gab an, daß er die Weylschen Rechnungen nicht nachgeprüft habe, er aber mit Einstein der Meinung sei, daß die unterschiedlichen Koordinaten die verschiedenen Ergebnisse verschuldeten. Was er (Klein) unter Verwendung der $\xi, \ldots, \omega$ als einzelnen Punkt der Schneide bezeichne, sei wegen der Unbestimmtheit von t unter Verwendung der θ, φ, ψ, t ein einfach ausgedehntes Gebiet (die Singularität rühre daher nicht vom ursprünglichen ds^2 her). „Es sollte nicht schwierig sein“, so Klein, „hierüber volle Aufklärung zu schaffen.“ Zusammenfassend schrieb er:

> „Mein abschließendes Votum über die de Sitterschen Angaben aber ist, daß mathematisch – jedenfalls bis auf diesen einen noch nicht völlig geklärten Punkt [den ich gern in allgemeiner Weise erläutert sehen möchte][3] – alles in Ordnung ist, man aber zu physikalischen Folgerungen geführt wird, welche unserer gewöhnlichen Denkweise und jedenfalls den Absichten, welche Einstein bei Einführung der räumlich geschlossenen Welt verfolgte, widersprechen.“[4]

[1] [Klein 1918a, S. 611]
[2] Die G_3 der orthogonalen Substitutionen der ξ, η, ζ zusammen mit $t \to t + C$.
[3] Klammern im Original.
[4] [Klein 1918a, S. 612]

Obwohl Einstein die de Sittersche Lösung akzeptiert hatte, kam für ihn diese Welt als physikalische Möglichkeit nicht in Betracht. Im selben Brief, in dem er die eingangs zitierten Zeilen schrieb, hieß es weiter unten:

> „Denn es läßt sich auf derselben keine Zeit t so festlegen, daß sich die dreidimensionalen Schnitte $t =$ konst. nicht schneiden, und daß diese Schnitte einander gleich sind (metrisch).“[1]

Da diese Argumentation falsch war (denn die Schnitte sind metrisch gleich)[2] und Einstein die de Sittersche Lösung weiterhin nicht akzeptabel fand, mußte ein anderes Argument her, mit dem er Modell B zurückweisen konnte. Welches Argument das war und welchen Standpunkt Einstein am Ende des in dieser Arbeit betrachteten Zeitraums einnahm, wird im folgenden Abschnitt erläutert.

5.3 Einstein, Weyl, Klein und das Ende der Kontroverse

Daß die de Sittersche Lösung eine massenlose Lösung ist, wurde von Weyl erst am 7.2.1919 gegenüber Klein in einem Brief zugegeben (s.u.). Obgleich Einstein bereits im Juni des vorherigen Jahres eingestanden hatte, daß Modell B singularitätsfrei ist, schienen er und Weyl dennoch noch nicht ganz von der in der Singularität enthaltenen Masse abgekommen zu sein, wie man in dem Brief[3] von Weyl an Klein vom 20.9.1918 erkennen kann. Im Januar 1919 schrieb Klein an Weyl, daß in seiner (Kleins) Deutung für alle Punkte der de Sitter Welt die Dichte gleich Null sei – insbesondere für die Schneide (bzw. den Äquator).[4] Er wies Weyl auch noch darauf hin, daß Einstein bereits im Sommer letzten Jahres seine diesbezüglichen Einwände gegen de Sitter zurückgenommen habe.

Dieser Brief schien Weyl dann etwas mehr überzeugt zu haben (wenn auch noch nicht ganz), denn wie bereits erwähnt, schrieb er daraufhin im Februar an Klein:

> „Die Hyperboloid-Lösung [. . .] ist in ihrem ganzen Verlaufe zweifellos eine ‚masselose‘ Lösung von Einsteins kosmologischen Gleichungen, aber sie stellt keine *statische* Welt vor [. . .] Daran ändert der Umstand nichts, daß der *Ausschnitt* $\frac{\omega+\nu}{\omega-\nu} > 0$ [. . .] statisch ist. Dieser Ausschnitt liefert aber nur einen (immerdar vorhandenen) sphärischen Halbraum *ohne den Äquator*. Es kommt aber auch so keine statische Lösung zustande, die einen *geschlossenen* Raum darstellt. Und diese Behauptung Einsteins, daß ein geschlossener masseleerer Raum als statische Lösung mit seinen Gleichungen unverträglich ist, bleibt zu Recht bestehen und wird durch meine Rechnungen nachdrücklich

[1] Doc. 567
[2] Fußnote 5 zu Doc. 567.
[3] Anhang B2
[4] Anhang B3

> bestätigt. Da nach Einsteins Überzeugung die wirklichen Verhältnisse im Großen statisch sind, hat für ihn die Hyperboloid-Lösung keine Bedeutung für die Frage nach der Konstitution der wirklichen Welt, und ich kann ihm darin nur beipflichten. – Übrigens ist Einstein gegenwärtig hier in Zürich [...] Ich habe mit ihm die von Ihnen angeschnittene Frage auch besprochen, und wir haben uns auf die eben dargelegte Meinung geeinigt[1].“[2]

In diesem Brief wird deutlich, mit welchem Argument Einstein und Weyl nun die de Sittersche Lösung ablehnten, nachdem die Frage des Masseninhalts endgültig geklärt war. Sie bemängelten, daß es nicht möglich sei, mittels Modell B die *ganze* Welt statisch und regulär darzustellen. Dieses Argument stellte sich später für Eddington nicht als Problem dar, denn:

> „Dies ist zweifellos für den Mathematiker unbequem, aber ich sehe nicht, wie der obige Einwand zu irgendwelchen anderen Konsequenzen führen könnte.“[3]

Heutzutage ist es klar, daß dieses Argument der „nicht regulären Darstellbarkeit im ganzen“ nicht mehr zu halten ist, denn, unter Verwendung von gewöhnlichem Abstand und kosmischer Zeit als Variablen, werden vormals singuläre Stellen zu gewöhnlichen Punkten, so daß sich die ganze Raumzeit regulär darstellen läßt.[4]

Da der in dieser Arbeit benutzte ausführliche Artikel[5] Kleins zum damaligen Zeitpunkt (Februar 1919) noch nicht veröffentlicht[6] worden war, kannte Weyl vermutlich nur die in den Briefen Kleins an Einstein enthaltenen Ausführungen, bzw. die kurze Zusammenfassung eines Vortrags von Klein in den Jahresberichten der DMV (aus Anhang B3 ersichtlich)[7]. Daher erläuterte Klein in seiner Antwort[8] vom 2. März auf diesen Brief den Sachverhalt nochmals etwas genauer mittels der Analogie der Singularität im Ursprung bei Polarkoordinaten. Er schrieb Weyl, daß er ihn und Einstein bitte, die Sachlage unter diesem Gesichtspunkt nochmals zu durchdenken. Zu diesem Zweck kündigte Klein Weyl an, ihm ein Korrekturexemplar von [Klein 1918a] zuzuschicken. Nach Durchsicht des selbigen möge er doch bitte an ihn (Klein) schreiben, damit er dem Artikel eventuell eine ergänzende Schlußbemerkung zufügen könne.

[1] Durch die Verwendung der Worte „Überzeugung“ und „geeinigt“ ist hier erneut klar zu erkennen, daß in der Kontroverse nicht nur physikalische Argumente eine Rolle spielten, sondern daß auch Überzeugung und Glauben daran beteiligt waren.
[2] Anhang B4
[3] [Eddington 1925, S. 244]
[4] [Rindler 1956, S. 662]
[5] [Klein 1918a]
[6] Er wurde Ende Januar 1919 zum Druck eingereicht und anscheinend erst im März veröffentlich, vgl. Anhang B5.
[7] *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **27** (1918), Heft 5/8 vom 18.10.1918, S. 44.
[8] Anhang B5

Eine solche Schlußbemerkung existiert jedoch nicht, die Gründe für die Nichtexistenz sind leider nicht bekannt. Da Weyl aber erst mit der fünften Auflage von *Raum–Zeit–Materie* die de Sittersche Lösung bevorzugte (vgl. 5.1), scheint es plausibel zu sein, wenn man behauptet, daß er nach wie vor der Meinung war, die er in seinem Brief vom 7. Februar mitgeteilt hatte. Auch für die Herausgeber von [CollPap8 1998] ist es die in Weyls Brief vom 7.2.1919 dargestellte Position, auf die sich Weyl und Einstein nach der Analyse Kleins zurückgezogen hatten.[1]

Hier endet die in dieser Arbeit vorgenommene Untersuchung der Kontroverse, die mit Einstein und de Sitter begonnen hatte. Im abschließenden Kapitel wird nun noch ein kurzer Rückblick gegeben, und mit einem kleinen Ausblick die Arbeit abgerundet.

[1] Siehe „Editorial Note“ auf S. 357.

6 Rückblick und Ausblick

Die Hauptziele der vorliegenden Arbeit waren zu zeigen, wie die ersten relativistischen kosmologischen Modelle entstanden sind, welche (mathematischen) Probleme es dabei zu überwinden gab und welche Rolle Willem de Sitter dabei spielte. Es ging darum, ihn aus dem Schatten des „alles überstrahlenden“ Albert Einstein herauszuholen und den de Sitterschen Beitrag bei der Entstehung der relativistischen Kosmologie zu würdigen. Wie gezeigt, war die Beziehung zwischen Einstein und de Sitter war eine Art „symbiontische“, durch die die Entwicklung der relativistischen Kosmologie auf den Weg gebracht wurde.

Im Laufe der Arbeit hat sich insbesondere in den Briefen gezeigt, daß Albert Einstein (im Gegensatz zum Mythos) auch nur ein Mensch mit Fehlern war und daß es Wissenschaftler wie de Sitter gab, die sich – wie hier auf kosmologisch-technischer Ebene – durchaus mit ihm messen konnten.

Es war interessant zu sehen, welche Schwierigkeiten es in der Zeit von 1916 bis 1918 zu überwinden galt. Seien es die widrigen Umstände des Krieges, welche die Kommunikation der Wissenschaftler untereinander erheblich störten, oder seien es die noch nicht ausreichenden Observationsmethoden, welche eine auf objektiven Messungen beruhende Ebene der Diskussion zu großen Teilen verhindert haben. Als Vermittler zwischen dem Festland und England war es ein großer Verdienst de Sitters, während des Krieges die Verbreitung der ART in das englischsprachige Ausland ermöglicht zu haben, was letztendlich Einstein zu großem Ansehen verhalf, als die englische Sonnenfinsternis-Expedition von 1919 seine Vorhersage der Lichtablenkung durch große Massen verifizieren konnte.

Im Laufe der Kontroverse hat sich gezeigt, daß nicht nur Einstein und de Sitter involviert waren, sondern auch Hermann Weyl und insbesondere Felix Klein. Als es de Sitter nicht mehr gelang, sein Modell gegen Einstein zu „verteidigen“, konnte Klein durch die Anwendung bereits teilweise in Vergessenheit geratener Ideen dem de Sitterschen Modell zu seinem „Recht“ verhelfen. Dies reichte allerdings nicht aus, Einstein vollständig zu überzeugen, der ja fest an seine Prinzipien glaubte. Zumindest Hermann Weyl konnte – wenn auch mit zeitlicher Verzögerung – von den Vorzügen des Modells B überzeugt werden, da er in seiner fünften Auflage von *Raum–Zeit–Materie* von 1923 schließlich dem de Sitterschen Modell den Vorzug gegenüber dem Zylindermodell gab. In Arthur Eddington fand de Sitter zunächst einen weiteren Befürworter seines Modells, der sich aber erst nach dem in dieser Arbeit betrachteten Zeitraum verstärkt zu Wort meldete, weshalb seine Arbeiten nur stellenweise berücksichtigt wurden.

Nach der Lektüre dieser Arbeit sollte klar sein, was sich hinter der Bezeichnung „Einstein – de Sitter Kontroverse“ verbirgt, welche Probleme es gab und wie sie überwunden wurden. Insgesamt war es lohnenswert, diese Epoche aus der Geschichte der Naturwissenschaften näher zu betrachten.

Ausblickend sollen noch einige interessante Punkte aufgezeigt werden, deren Bearbeitung bzw. Untersuchung eventuell lohnenswert wäre.

Man könnte zum Beispiel das Verhältnis zwischen Einstein und de Sitter zwischen 1919 und 1934 untersuchen. Wie interessant dies sein würde, kann allerdings nicht so leicht abgeschätzt werden, da die Briefe aus dieser Zeit nur teilweise zur Verfügung standen (bis einschließlich 29.11.20, siehe Anhang A) und scheinbar überhaupt nur sehr wenige Briefe existieren. Im Zusammenhang mit der Aufstellung des Einstein-de Sitter Modells im Jahre 1932 könnte man die späte Zusammenarbeit der beiden ebenfalls genauer untersuchen.

Es wäre sicher auch interessant, wenn man herausfinden könnte, wie de Sitter die Entwicklung der Kosmologie in den zwanziger Jahren verfolgt hat – speziell den Wandel von der statischen Weltauffassung zur dynamischen, welchen er indirekt und unbewußt initiiert hatte. Aus dieser Zeit existieren kaum Veröffentlichungen von ihm (vgl. Anhang C), so daß eine Untersuchung der Korrespondenz (sofern vorhanden) Aufschluß darüber geben könnte. In de Sitters Nachlaß (der anscheinend in einem recht ungeordneten und verbesserungswürdigen Zustand an der Leidener Sternwarte aufbewahrt wird und noch nicht erfaßt ist)[1] existieren Briefe[2] mit relativistischem bzw. kosmologischem Inhalt von folgenden Autoren: Eddington, Levi-Civita, Ehrenfest, Kapteyn und Lemaître. Die in diesen Briefen enthaltenen Informationen würden sicher noch mehr Licht auf die Rolle de Sitters werfen. Speziell die Briefwechsel mit Eddington und Lemaître scheinen nach den Worten Reinold de Sitters sehr vielversprechend zu sein, so daß sinnvoll wäre, diese Korrespondenz weiter zu untersuchen.

Generell ist sowohl zur Person de Sitters als auch zu dessen Beschäftigung mit Relativitätstheorie bislang noch keine Studie durchgeführt worden, so daß eine biographische/bibliographische Untersuchung, vor allem aber eine Untersuchung seiner relativitätstheoretischen Arbeiten durchgeführt werden könnte, um weitere Erkenntnisse zu gewinnen.

[1] Dies kann man dem kleinen Heftchen [de Sitter 1998] entnehmen, welches der Enkel Willem de Sitters, Reinold de Sitter verfaßt hat und welches von ihm zur Verfügung gestellt wurde. Nach seinen Angaben existiert kein genaues Inhaltsverzeichnis der erhaltenen Dokumente seines Großvaters, so daß eine Erfassung nach Autor, Inhalt und Datum nötig wäre, siehe [de Sitter 1998, S. 58].

[2] Zumeist anscheinend zu finden in Box # 31.

Anhang

A Übersicht der Briefwechsel

Hier sind alle Korrespondenzen aufgeführt, die für die vorliegende Arbeit relevant sind. Dabei entsprechen die Nummern vom Typ XYZ (wenn nicht anders angegeben) den Nummern aus [CollPap8 1998], Dokumentnummern vom Typ AB-XYZ sind die entsprechenden Nummern des *Albert Einstein Archive*, Jerusalem, und B1-13 bezieht sich auf Anhang B.

Korrespondenz zwischen Einstein und de Sitter

Datum	Nummer	**de Sitter** → Einstein	**Einstein** → de Sitter
22.6.1916	227		x
15.7.1916	235		x
27.7.1916	243	x	
27.7.1916	244	x	
1.11.1916	272	x	
4.11.1916	273		x
23.1.1917	290		x
2.2.1917	293		x
12.3.1917	311		x
15.3.1917	312	x	
20.3.1917	313	x	
20.3.1917	20-546		x
24.3.1917	317		x
1.4.1917	321	x	
14.4.1917	325		x
18.4.1917	327	x	
14.6.1917	351		x
20.6.1917	355	x	
22.6.1917	356		x
28.6.1917	359		x
22.7.1917	363		x
31.7.1917	366		x
8.8.1917	370		x
22.8.1917	20-564		x
10.4.1918	501	x	
15.4.1918	506		x
1.12.1919	20-569/B9	x	

Fortsetzung auf nächster Seite

Fortsetzung von vorheriger Seite			
Datum	Nummer	**de Sitter** → Einstein	**Einstein** → de Sitter
12.12.1919	B10		x
4.11.1920	20-571/B12	x	
29.11.1920	20-573/B13	x	
6.9.1921	20-577	x	
10.12.1924	20-582	x	
3.4.1933	20-585	x	
5.4.1933	20-575		x
29.8.1933	20-587	x	
4.9.1933	20-588		x

Nachfolgend weitere Briefe verschiedener Autoren, deren Inhalt mit der Thematik dieser Arbeit in Verbindung steht:

Diverse Korrespondenz

Datum	Nummer	von	an
31.12.1910	242[1]	A. Einstein	H. Kamerlingh Onnes
27.1.1911	250	A. Einstein	H. Lorentz
10.3.1914	512	A. Einstein	P. Ehrenfest
10.3.1914	513	A. Einstein	H. Zangger
4.2.1917	294	A. Einstein	P. Ehrenfest
14.2.1917	298	A. Einstein	P. Ehrenfest
18.2.1917	300	A. Einstein	E. Freundlich
26.3.1917	319	A. Einstein	F. Klein
20.3.1918	487	F. Klein	A. Einstein
18.4.1918	511	A. Einstein	H. Weyl
19.4.1918	513	A. Einstein	H. Weyl
25.4.1918	518	F. Klein	A. Einstein
25.4.1918	B1	de Sitter	F. Klein
27.4.1918	523	A. Einstein	F. Klein
27.4.1918	525	H. Weyl	A. Einstein
10.5.1918	535	A. Einstein	H. Weyl
19.5.1918	544	H. Weyl	A. Einstein
31.5.1918	551	A. Einstein	H. Weyl
31.5.1918	552	F. Klein	A. Einstein
3.6.1918	556	A. Einstein	F. Klein
16.6.1918	566	F. Klein	A. Einstein
			Fortsetzung auf nächster Seite

[1] Die ersten vier Briefe dieser Tabelle stammen aus [CollPap5 1993].

Fortsetzung von vorheriger Seite			
Datum	Nummer	von	an
20.6.1918	567	A. Einstein	F. Klein
20.9.1918	B2	H. Weyl	F. Klein
6.12.1918	664	A. Einstein	P. Ehrenfest
22.1.1919	B3	F. Klein	H. Weyl
7.2.1919	B4	H. Weyl	F. Klein
2.3.1919	B5	F. Klein	H. Weyl
16.4.1919	B7	A. Einstein	F. Klein
22.4.1919	B8	F. Klein	A. Einstein
28.4.1920	B11	F. Klein	A. Einstein
2.2.1954	17-447	A. Einstein	F. Pirani

B Unveröffentlichte Briefe

Die hier abgedruckten Briefe sind bislang noch nicht veröffentlicht worden. Einige von ihnen werden in Kürze im Band 9 der *The Collected Papers of Albert Einstein* erscheinen. Es sei folgenden Rechteinhabern für die von ihnen erteilten Publikationsgenehmigungen gedankt: Albert Einstein Archives at The Jewish National & University Library an der Hebrew University of Jerusalem, dem Archiv der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Abteilung Handschriften und Nachlässe sowie der Niedersächsischen Staats- und Universitätbibliothek in Göttingen, Abteilung Handschriften und Seltene Drucke.

Zur Kennzeichnung der Briefe: (#) Brief lag als Kopie des Originals vor. ($) Brief lag als Transkription vor. (‡) Transkription von Prof. Rowe. (†) Der wiedergegebene Text des Briefes entspricht vermutlich nicht dem kompletten Original. Kursiv hervorgehobene Textstellen waren im Original unterstrichen.

B1) Willem de Sitter an Felix Klein

Leiden 25/4/18

Sehr verehrter Herr Kollege

Ihre Bedenken gegen meine Lösung B begreife ich vollkommen. Aber ich kann sie nicht als *physisch* gerechtfertigt gelten lassen. Denn man kommt nun mit umgekehrtem positiven Sinn im Ausgangspunkte zurück, wenn man sich „bewegt“ längs einer Geraden, oder doch längs einer Kurve, die die Pol. linie des Ausgangspunktes schneidet. Das aber bringt uns ausserhalb den Bereich der möglichen physischen Erfahrungen, denn kein materieller Punkt, und auch kein Lichtsignal, kann die Pol. linie erreichen. - Siehe M.N. third paper Seite 17-18. Im Grunde ist Ihr Bedenken dasselbe das Einstein gemacht hat in seiner Mitteilung an die Berliner Akademie vom 7. März 1918.

Ich gestehe dass philosophisch, metaphysisch und mathematisch sich sehr viele Bedenken gegen meine Lösung B machen lassen, aber *physisch* (ich meine durch wirkliche in endlicher Zeit ausführbare Experimente kontrolierbar) so weit ich gehe nicht. Die Sache ist sehr interessant und, obwohl ich Ihr Bedenken nicht ganz teile, habe ich doch die Freiheit genommen es, mit meinen Bemerkungen dazu, der Amsterdamer Akademie vor zu legen. Ich hoffe dass Sie damit einverstanden sind. Falls Sie noch etwas abzuändern oder hinzuzufügen haben kann das, immer noch bei der Korrektur geschehen, denn die Akademie druckt *sehr langsam.*

Zur gleichen Zeit habe ich, wie ich versprochen hatte, die Prioritätsfragen zurechtgesetzt.
Mit vorzüglicher Hochachtung,

Ihr ergebener W. de Sitter

B2) H. Weyl an F. Klein

Zürich, d. 20.9.18
Schmelzbergstr. 20

[...][1]

Nun aber zu der Streitfrage Einstein-De Sitter. Von einer in natura vorliegenden Mannigfaltigkeit müssen wir annehmen, daß durch seine Natur der Koordinatenbegriff so weit willfrei festgelegt ist, daß der Übergang von einem Koordinatensystem zu einem andern durch stetig differentierbare Funktionen *mit einer von 0 verschiedenen Funktionaldeterminante* vermittelt wird. In solchen „regulären" Koordinaten muss das ds^2 überall regulär sein. Ein ds^2, das in den regulären Koordinaten singulär wird, kann unter Umständen durch Einführung „singulärer" Koordinaten regulär gemacht werden. Vielleicht besteht diese Möglichkeit sogar stets; es scheint mir aber keine sehr fruchtbare Frage, das näher zu verfolgen. Eher schon diejenige, welche Singularitäten durch ausgeartete Massenverteilungen hervorgerufen werden können. Es ist eine mathematisch nicht entscheidbare Frage nach einem *Faktum* ob die de Sitterschen oder die Einsteinschen Koordinaten an der kritischen Stelle die regulären sind; im ersten Fall ist Ihre Ausdrucksweise „Schneide t wird unbestimmt" berechtigt und es sind keine Massen erforderlich; im anderen Fall ist diese Beschreibung verkehrt und es muss ein Massenhorizont auftreten. Einstein und ich *glauben* an das letztere. Ich sehen keinen Punkt der da noch aufzuklären bleibt.

Ich bleibe mit herzlichem Dank Ihr Ihnen in großer Verehrung ergebener

H Weyl

B3) F. Klein an H. Weyl †$

22. Januar 1919

Sie kommen in der neuesten Nummer der physikalischen Zeitschrift auf die de Sittersche Hypothese B zurück. Ihr Resultat stimmt aber nicht mit den einfachen Überlegungen, die Sie im Schlussheft des letzten Bandes der Jahresberichte der Deutschen Mathematischen Vereinigung, ausgegeben am 18. Oktober 1918, *Vorträge* pag. 44, mitgeteilt finden. Bei mir ist die Dichte der Materie durchweg, auch für die Punkte der „Schneide" $\nu = 0, \omega = 0$, gleich Null. Liegt die Abweichung Ihres Resultates daran dass Sie die Zeit t als Koordinate benutzen, die entlang der Schneide unbestimmt wird? Es wäre mir lieb, wenn Sie das aufklären konnten, da ich eben meine Betrachtungen erneut publiziere.[2] Ich will noch bemerken dass Einstein mir gegenüber schon im vorigen Sommer seine Einwände gegen de

[1] Eine sich über etwa 3 Seiten erstreckende Passage wurde weggelassen, da sie sich nicht relevant für diese Arbeit ist.

[2] [Klein 1918a]

Sitter zurückgenommen hat.[1] Hinsichtlich der ϱ konnte er aber auch nur die Verschiedenheit der beiderseitigen Ergebnisse konstatieren.

PS: Meine Betrachtungen 1.c sind so einfach, daß sie wohl keiner ausführlichen Erläuterung bedürfen; man muß nur an projektive Maßbestimmung gewöhnt sein.

B4) H. Weyl an F. Klein

Zürich, d. 7.2.19
Schmelzbergstr. 20

Sehr verehrter Herr Geheimrat!

Die von mir kürzlich in der Physik. Zeitschrift publizierte Rechnung steht, glaube ich, mit denen von Ihnen in der Math. Ges. Göttingen vorgetragenen Überlegungen in keinem Widerspruch. Die „Hyperboloïd-Lösung“, über die Sie in der 1. Sitzung sprechen ist in ihrem ganzen Verlaufe zweiffellos eine „masselose“ Lösung von Einsteins kosmologischen Gleichungen, aber sie stellt keine *statische* Welt vor und ist, glaube ich, von jeder statischen Lösung mit dem gleichen Analysis-situs-Charakter durch einen Abgrund geschieden. Daran ändert der Umstand nichts, daß der *Ausschnitt* $\frac{\omega-\nu}{\omega+\nu} > 0$, wie die in Ihrem 2. Vortrag angegebene Transformation zeigt, statisch ist. Dieser Ausschnitt liefert aber nur einen (immerdar vorhandenen) sphärischen Halbraum *ohne den Äquator*. Es kommt aber auch so keine statische Lösung zustande, die einen *geschlossenen* Raum darstellt. Und diese Behauptung Einsteins, daß ein geschlossener masseleerer Raum als statische Lösung mit seinen Gleichungen unerträglich ist, bleibt zu Recht bestehen und wird durch meine Rechnungen nachdrücklich bestätigt. Da nach Einsteins Überzeugung die wirklichen Verhältnisse im Großen statisch sind, hat für ihn die Hyperboloid-Lösung keine Bedeutung für die Frage nach der Konstitution der wirklichen Welt, und ich kann ihm darin nur beipflichten. – Übrigens ist Einstein gegenwärtig hier in Zürich und hält an der Universität einen glänzenden Cyclus von Vorlesungen über Relativitätstheorie. Ich habe mit ihm die von ihnen angeschnittene Frage auch besprochen, und wir haben uns auf die eben dargelegte Meinung geeinigt. Hingegen bin ich mit Einstein noch in einem schweren Kampf begriffen über die Berechtigung meiner neuen Erweiterungen der Relativitätstheorie; heute abend wird im hiesigen Physikal. Kolloq. darüber eine große disputatis entbrennen. Überhaupt herrscht hier gegenwärtig ein sehr reges physikalisches Leben. Abraham ist vor einigen Tagen eingetroffen, Epstein (aus München) und Laue werden erwartet.

Mit den besten Grüßen, in alter Verehrung

Ihr ergebener
H Weyl.

[1] Doc. 567

B5) F. Klein an H. Weyl †$

2. März 1919

In Folge zufälliger Hindernisse komme ich erst heute dazu, Ihren werten Brief vom 7/II zu beantworten.

Ich möchte zunächst sagen: die Entwicklungen der Einsteinschen Theorie sind invariant zunächst nur gegenüber der g_∞ aller derjenigen Substitutionen:

$$\overline{w}^\varrho = \varphi^\varrho\left(w^I, w^{II}, w^{III}, w^{IV}\right)$$

bei denen die φ^ϱ wohlbestimmte, hinreichend oft differentierbare Funktionen ihrer reell gedachten Argumente von nicht verschwindender Funktionaldeterminante sind. – Es erhebt sich nun die Frage, was an Stelle dieser Invarianz tritt, wenn man an diesen Bedingungen etwas nachlässt, man insbesondere den φ^ϱ gestattet, an einzelnen Stätten stetig vieldeutig zu werden. So ist es schon bei 2 Dimensionen, bei der Einführung gewöhnlicher Polarkoordinaten, im Anfangspunkte (Unbestimmtheit des Azimuths). Und genau derselbe Fall liegt beim t des de Sitter'schen Falles entlang der „Schneide“ des proj. Raumes konstanter Krümmung vor. Das t ist in der Tat nichts anderes als ein Azimuth, nur dass die beiden „Minimalrichtungen“ reell sind, wie ich Ihnen nicht näher auseinanderzusetzen brauche.

Ich möchte wohl, dass Sie Ihre, bez. Einsteins „statische“ Auffassung unter diesem allgemeinen mathematischen Gesichtspunkt durchdenken und mir darüber schreiben, sobald ich Ihnen in wenigen Tagen ein Korrekturexemplar einer Note, die ich eben in den Göttinger Nachrichten drücke und in der ich u.a. den de Sitterschen Ansatz bespreche, zugeschickt habe. Eventuell kann ich dann der Note noch eine ergänzende Schlussbemerkung zufügen.

B6) A. Einstein an F. Klein ‡

14.4.1919

Verehrter Herr Kollege!

Ich freue mich mit Ihrer neuen Arbeit wie ein Kind, das von seiner Mutter ein Stück Chokolade bekommt. Bei Ihnen wird gerade auf die Beine gestellt, was bei mir krumm und lahm durcheinander purzelt. Nun sende ich Ihnen die Korrektur einer neuen Arbeit, die wieder weit mehr auf physikalischer als mathematischer Stütze ruht, indem bei derselben auf das Hamilton'sche Prinzip verzichtet werden muss. Eine kurze Meinungsäusserung darüber wäre mir sehr interessant.

Es grüsst Sie herzlich Ihr ergebener

A. Einstein

B7) A. Einstein an F. Klein ‡

16.4.1919

Verehrter Herr Kollege!

Ihre Arbeit hat mir ausgezeichnet gefallen. Ich kann jetzt nicht mehr festhalten an dem Postulat, dass die Energie der Gravitation sich durch Ausdrücke darstellen lassen müsse, die keine höheren als 1. Differentialquotienten der $g_{\mu\nu}$ enthalten. Die Gründe liegen eben in jener Arbeit, die ich Ihnen in der Korrektur zusandte. Nun erscheint es mir allerdings, dass hinter dem Energiesatz noch ein ungelöstes Rätsel stecke, da in der gegenwärtigen Lösung nichts analog Zwingendes steckt, wie dies ohne Gravitation der Fall ist.

Ferner möchte ich Ihnen ein Argument unterbreiten, das die sphärische Möglichkeit gegenüber der elliptischen als bevorzugt erscheinen lässt. In der sphärischen Welt lässt sich jede geschlossene Linie stetig in einem Punkt zusammenziehen, nicht aber in der elliptischen; d.h. nur die sphärische Welt nicht aber die elliptische ist einfach zusammenhängend. Denn eine Linie, die in der sphärischen Welt einen Punkt mit seinem Gegenpunkt verbindet ist in der zugehörigen elliptischen eine nicht zusammenziehbare geschlossene Linie.

Es gibt ja zu dem euklidischen Linienelement auch *endliche* Räume, von beliebiger Grösse, die man aus der unendlichen durch Postulierung einer dreifachen Periodizität erhalten kann, wenn man weiter postuliert, dass periodisch gelegene Punkte identische seien. Auch diese Möglichkeiten, welche übrigens für die allgemeine Relativität nicht in Betracht kommen, leiden an der Eigenschaft, dass diese Räume mehrfach Zusammenhängend sind.
Herzlich grüsst Ihr ganz ergebener

A. Einstein

B8) F. Klein an A. Einstein [14-416] ‡

22.4.1919

Verehrter Herr Kollege.

Meine Antwort auf Ihre liebenswürdigen Karten fällt ziemlich kümmerlich aus. Ich bin nämlich seit einigen Wochen von der Beschäftigung mit Ihren Dingen abgekommen, indem ich gezwungen war, im Interesse des von meinen Freunden gewünschten Wiederabdruckes meiner alten Abhandlungen auf meine liniengeometrischen Anfangsarbeiten zurückzugehen. Es ergab sich, dass die Vertreter der jüngeren Generation, die mir in allgemeinen behülflich sind, diese Dinge gar nicht mehr kennen, und ich habe also eine Reihe einschlägiger Vorträge gehalten, mit Diskussionen über die ausschliessende spätere Literatur, die meine ganze Zeit in Anspruch nehmen. Meine Absicht ist jetzt, in entsprechender Weise die Gesamtheit der Ueberlegungen zur Geltung zu bringen, die mit meinem Erlanger Programm von 1872 zusammenhängen. Hoffentlich gelingt mir im Zusammenhang damit, eine geschlossene Darstellung gerade auch Ihrer Theorien (von meinem mathematisch-formalen Standpunkte aus) zu geben. Dabei fühle ich mich von vorneherein, was die Tragweite der einzelnen Ansätze angeht, mit Ihnen in prinzipieller Übereinstimmung: Im Gegensatz zu der Mehrzahl Ihrer Anhänger, welche die jeweils letzte Form Ihrer Theorien als endgültig und verpflichtend ansehen, haben Sie sich die Freiheit gewahrt, nach immer feineren Formulierungen der allgemeinen Grundlagen und zugleich, je nach den in Betracht kommenden Einzelproblemen, nach besonderen Ansätzen zu suchen, welche die jeweiligen Umstände genügend approximieren. Indem ich Ihnen hierin nach meiner ganzen Denkweise herzlich beipflichte, begrüsse ich insbesondere auch Ihre neuen Spekulationen (das Hamilton'sche Prinzip ist für mich keine Denknotwendigkeit). Ich vermag aber nicht zu sehen, wie weit dieselben führen. Die Korrekturbogen darf ich wohl behalten?

Noch ein paar Kleinigkeiten:

1. Was Sie über Analysis situs der elliptischen Ebene schreiben, ist s.Z. (1876) von mir mit Schläfli mannigfach durchdiskutiert worden (Math. Ann. VIII, p. 550). Die betr. Verhältnisse kommen uns darum merkwürdig vor, weil sie uns nicht aus der täglichen Erfahrung geläufig sind.

2. Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes, die ich U_τ^σ nenne, treten, wie ich nachträglich bemerkt habe, als solche schon in einer Arbeit von Fokker von Anfang 1917 auf. Aber Fokker hat Unrecht, wenn er sie dort als von den Lorent'schen Komponenten (die ja äusserlich anders aussehen) verschieden hält. Vermeil hat für mich die Umrechnung in die Lorentz'sche Form explicite durchgeführt, und auch Fokker selbst bestätigt mir nachträglich die Richtigkeit meiner Auffassung (wie ich sie in meiner Julinote im Anschluss an Formel (42) formulierte).

Herzliche Grüsse von Ihrem ergebensten

Klein.

B9) W. de Sitter an A. Einstein [20-569] $

Waldsanatorium Arosa 1 Dec. 1919

Lieber Einstein,

Die Firma Methuen & Co, 36 Essex Street, London W.C.2, hat mir geschrieben um als Vermittler zwischen Ihnen und sie auf zu treten. Sie schreiben dass sie gerne Ihr „Buch“ im Englischen übersetzen möchten, und fragen mich, ein kleines populäres Geschrift dabei zu liefern. Offenbar sind sie der Meinung dass Sie, wie ein tüchtiger Deutscher, ein dickes Buch über Ihre theorie geschrieben haben. Aber vielleicht wäre es doch möglich Ihre populäre Auseinandersetzung, und vielleicht auch eine Auswahl, oder alle, Ihrer wissenschaftlichen Mitteilungen als Sammelwerk herauszugeben und übersetzen zu lassen. Es ist jedenfalls sehr erfreulich dass ein Englischer Herausgeber die Initiative nimmt, und ich hoffe dass Sie darauf eingehen können. Als Übersetzer habe ich Cunningham angeraten. Was mich selbst angeht habe ich gesagt dass ich jetzt nichts dergleichen unternehmen könne.

Ich kongratuliere herzlich mit dem schönen Erfolg der Englischen Eclips-Expeditionen. Die Übereinstimmung ist wirklich *sehr* gut, viel besser als ich es erwartet hatte, und das ganze ist sehr überzeugend.

Jetzt noch die Rot-Verschiebung auf der Sonne. Aber darauf hoffe ich nicht. Die Schwingenden Atome auf der Sonne sind keine Astronomische Uhrwerke – ich meine, sie sind wahrscheinlich *viel mehr* störenden Einflüssen unbekannten Ursprung ausgesetzt als ein Astron. Uhrwerk. Und doch [trauen][1] wir selbst dem Uhrwerk nicht, und wenn es mal die verkehrte Zeit zeigt, sagen wir nicht, dass die Mechanik verändert werden muss. Um desto weniger dürfen wir erwarten das die Atome auf der Sonne immer die richtige (eigen-)Zeit zeigen werden. Dasselbe gilt vielleicht auch einigermassen vom vergleich-Lichtquelle auf der Erde.– Fokker und ich versuchen hier einander wissenschaftlich wach zu halten. Fokker sehnt sich sehr nach den Abhandlungen, die Sie versprochen haben Ihm zu senden. Sie wissen vielleicht, dass Frau Fokker ein Töchterlein bekommen hat?
Mit besten grüssen Ihr ergebener

W. de Sitter.

B10) A. Einstein an W. de Sitter $

Berlin W. 30, Haberlandstr. 5. den 12. Dez. 19.

Herrn Prof. Dr. W. de Sitter Arosa.

Lieber de Sitter!

Herzlichen Dank für Ihren Brief aus dem prächtigen Hochtal da oben, das Ihnen und Herrn Fokker hoffentlich recht bald die volle Gesundheit wiedergibt. Das Ergebnis der englischen Expeditionen hat mich sehr gefreut und noch mehr das freundschaftliche Verhalten der englischen Kollegen mir gegenüber, trotzdem ich doch ein HalbBoche bin.

[1] Korrektur bereits in Quelle.

Mit der Uebersetzung meines Büchleins habe ich schon Herrn Lawson betraut, da er sich als erster in der Sache an mich gewandt hat. An ihn könnte sich also vielleicht der von Ihnen genannte englische Verlag wenden. (Adr: R. W. Lawson, Physikalisches Institut der Universität Sheffield) Eine Herausgabe meiner wissenschaftlichen Arbeiten halte ich nicht für zweckmässig, wohl aber die Herausgabe meiner Vorlesungen über Relativität, die aber erst aufgeschrieben werden müssen.

Ueber die Konstatierung der Rot-Verschiebung denke ich nicht ganz so pessimistisch wie Sie. Man hat in der Linienverschiebung zwischen Sonnenmitte und Sonnenrand, sowie in der photometrischen Untersuchung der Linienaufnahmen Mittel, um asymetrische Linienverbreiterungen vom Gravitationseffekt zu trennen. Ausserdem ist bei den Giganten-Sternen und bei den B-Sternen die Verschiebung so bedeutend, dass es schwer sein dürfte, die Verschiebung auf eine sekundäre Ursache zurückzuführen, besonders wenn die an verschiedenen Linien gewonnen Resultate mit einander übereinstimmen.

Mit herzlichen Grüssen an Sie und das Ehepaar Fokker und den besten Wünschen für Ihre Gesundheit Ihr

A. Einstein.

B11) F. Klein an A. Einstein [14-418] ‡

28.4.1920

Sehr geehrter Hr. Kollege Einstein!

Da Hilbert erst in einigen Tagen von seiner Osterreise zurückkommt, schicke ich zunächst Ihnen das beiliegende Annalenzirkular, mit der Bitte, mir selbiges mit Unterschrift und etwaigen Bemerkungen recht bald wieder zurückzusenden.

Diese „Zirkulare" sind herkömmlicherweise das Mittel, um zwischen den verschiedenen Mitgliedern der Annalenredaktion einen gewissen inneren Zusammenhang aufrechtzuerhalten.

Ich möchte Sie insbesondere auf die von mir blau angestrichene Stelle des Blumenthalschen Anschreibens aufmerksam machen. Wir haben ja alle die Wiederannäherung der Annalen an die Physik lebhaft begrüsst, dürfen aber nicht verkennen, dass dabei eine grosse innere Schwierigkeit vorliegt. Die heutige physikalische Produktion, wie sie sich z.B. in der Physikalischen Zeitschrift darstellt, leidet an einer Unrast, welche mit der für mathematische Arbeiten notwendigen Vertiefung schwer verträglich ist. Ich würde Ihnen besonders dankbar sein, wenn Sie sich demgegenüber für das Zustandekommen für die Annalen geeigneter Arbeiten einsetzen.

Leider bin ich selbst von meinen bez. Bemühungen im letzten Jahren sehr abgekommen. Auf Andrängen meiner Freunde habe ich begonnen müßen, mich mit der Vorbereitung des Wiederabdrucks meiner alten abstrakt mathematischen Arbeiten zu beschäftigen. Das letzte Vierteljahr über aber habe ich überhaupt kaum etwas zu Stande gebracht, weil sich mit meinen sonstigen Beschwerden noch eine langweilige Grippe überlagert hatte. – Zum Glück gehen im Augenblick die Arbeiten an der mathematischen Enzyklopädie wieder besser vorwärts. Insbesondere kommen wir von astronomischer und physikalischer Seite an die Relativitätstheorie heran (Kottler unter Leitung von Oppenheim, Pauli unter Leitung von Sommerfeld).

Wenn nur erst die Wiederaufrichtung unserer Göttinger Physik gelungen wäre! Mit besten Grüssen Ihr ergebener

Klein.

B12) W. de Sitter an A. Einstein [20-571] $

Arosa 4./11/20

Lieber Einstein

Mit *sehr* grossem Vergnügen habe ich Ihre Leidener Antrittsrede gelesen. Was mich besonders darin freut ist, dass Sie so endgültig die Unhaltbarkeit einer rein mechanischen Naturerklärung hervorheben. Ich habe mich schon als Student (das ist also um die Zeit von 1894) immer dagegen gesträubt dass man die Materie durch den Aether oder die Elektrizität erklärte, und dann für den Aether wieder eine materielle Erklärung suchte! Das hat mir immer widersinnig erschienen. Sie haben sich jetzt dazu entschlossen, das $g_{\mu\nu}$-Feld „Aether" zu nennen, und Sie zeigen überzeugend dass dieser Aether gerade so gut ist, oder besser, als Physikalisches Ur-ding wie die „Materie". Es ist also, nach meiner Meinung auch kein Grund mehr vorhanden um für die Trägheit einen „materiellen" Träger zu suchen. Die Mach'sche Forderung scheint mir eben auch ein Rest zu sein des Strebens nach eine *Mechanische* Naturerklärung (auf dem Boden der Fernkräfte). Der *Aether* ist der Träger der Trägheit. Die Materiellen Punkte sind nur die discontinuitäten im Aether, d.h. im $g_{\mu\nu}$-Felde, das Feld selbst ist das Reëlle.

Von diesem Standpunkte scheint mir denn auch der Aether Ihres Systems ($ds^2 = -d\sigma^2 + c^2dt^2$) kein Vorzüge mehr zu haben über den meinigen $ds^2 = -d\sigma^2 + \cos 2\chi c^2 dt^2$;

$$d\sigma = \text{Räumliches Linienelement}=$$

$$d\sigma^2 = dr^2 + R^2 \sin^2\chi \left[d\psi^2 + sin^2\psi d\vartheta^2\right] \quad \chi = \frac{r}{R}$$

Mein System hat den Vorzug dass es die Unangenehmheiten des geschlossenen Raumes vermeidet, dadurch dass die „Reise um den Raum" unmöglich gemacht wird. In Ihrer Theorie gibt es Gespenster der Sonne, die da *Sicht*bar sind (aber *nicht materiell*) wo die Sonne vor z.B. 500 000 000, 1000 000 000, 1500 000 000 etc. Jahre sich befand. Astronomisch (und geologisch) sind das *kurze* Zeiten. Ein erheblicher Teil der uns als Sterne erscheinenden Objecte würden also nur Gespenster sein. Es würde daraus folgen dass es viel mehr junge als alte (scheinbare) Sterne geben müsste. In der Tat aber gibt es viel mehr alte als junge Sterne. [Dies kann so gedeutet werden dass entweder die Schöpfung von Sternen im wesentlichen schon beëndigt ist, also nur wenige neue mehr dazu kommen, oder dass die jungen (d. h.„Riesen"-) Stadien viel schneller durchlaufen werden. Die zweite Deutung scheint die wahre zu sein][1] Man könnte diese Gespenster los werden durch Annahme einer Absorption. Aber daran glaube ich nicht. Der Lichtverlust nach dem Rayleigh'schen Gesetz auf eine Strecke, die in 500 000 000 Jahren durchlaufen wird mit der zugehörigen Densität der „Weltmaterie" nach Ihrer Theorie würde nur etwa 1/100 sein.– Es gibt natürlich auch ein gravitationelles Gespenst der Sonne. Dieses wird aber nicht mit dem Licht-Gespenst zusammenfallen. Wo es denn wohl sich befindet habe ich nicht ausgerechnet – das würde auch nicht so leicht sein, fürchte ich –. Vielleicht fällt es zusammen mit dem heutigen Stand der Sonne, in welchem Falle es nicht gefährlich wäre. Da aber die Geschwindigkeit der Sonne während den Zeitraum von 500 000 000 Jahren sicher nicht Uniform gewesen ist, weiss ich nicht ob man ohne Schwierige Rechnungen etwas über das gravitationellen Gespenst aussagen kann. Absorption von Gravitation gibt es nicht. Ich habe gezeigt (aus der Mondbewegung), dass der Absorptions-coefficent der Gravitation (C.G.S. Einheiten) sicher kleiner ist als $4 \cdot 10^{-16}$. Das würde für die Reise um die Welt eine Absorption von 1/10 000 000 geben.

Aber es ist nicht nur, und nicht hauptsächlich Furcht vor Gespenstern die mir Ihre Theorie etwas unsympathisch macht; für mich ist das vorhe[rrschende,][2] dass Sie die Zeit wieder absolut machen. Ihre Hypoth[ese] verletzt das Spezielle Relativitätsprinzip. Eine Lorentztransformation ist in Ihrer Welt nicht gestattet. Wir hatten schon oft darüber gestritten, und schliesslich bleibt es eine Frage von Geschmack wel[che]s System man für das Wahrscheinlichste halten will.

Auf S.13 Ihres Vortrages sagen Sie dass eine noch so kleine positive mittlere Dichte der Materie in der Welt notwendig zur Annahme einer räumlich geschlossene Welt führen muss. Ich glaube das dass nur aufrecht erhalten werden kann, wenn man die weitere Hypothese dazu macht dass die Welt im (statistischen) *Gleichgewicht* sei. Ich habe das etwas ausführlicher ausgearbeitet in einem kleinen Aufsatz, den ich Lorentz übersandt habe um ihn der Amsterdamer Akademie zu überreichen. Ich hoffe dass Sie nichts dagegen haben.

Mit herzlichem Grusse Ihr ergebener

W. de Sitter

Grüsse Ehrenfest von mir!

[1] Klammern in Transkription.

[2] Diese und folgende Korrekturen des Briefes wurden aus der Transkription übernommen.

B13) Willem de Sitter an Albert Einstein [20-573]

Waldsanatorium Arosa, 29/11/20

Lieber College

Ich danke sehr für Ihren Brief. Über die Stabilität des Milchstrassensystems, und über die Frage inwiefern es durch seine eigene Gravitationswirkung zusammengehalten wird, hat Eddington schöne Untersuchungen angestellt, deren Resultat mir leider hier nicht zur Verfügung steht. Aber so weit ich mich erinnern kann kommt er zu der Folgerung dass es mit den gegebenen Sterngeschwindigkeiten sehr wohl möglich ist dass es durch die Gravitation nach dem Newton'schen Gesetz zusammen bleibt. Aber jedenfalls ein Wert für λ abgeleitet aus der *Masse* des Milchstrassensystems würde die Welt *viel zu klein* machen; wird der Wert von λ welcher correspondiert mit der *Dichte* der Materie in der Umgebung der Sonne macht die Welt so *gross* dass das Milchstrassensystem darin nicht besser zusammen halten könnte als ohne λ. Für das Problem des Zusammenhalten des Milchstrassensystems kann, meiner Einsicht nach, das λ-Glied nicht helfen.

Sie sagen: „Ist es da nicht befriedigender $\lambda = 0$ anzunehmen, wenn man doch keinen Wert auf die Existenz einer mittleren Dichte der Materie und auf die Auffassung der Trägheit als eine Wechselwirkung zwischen Körpern legt?“

Das ist es sicher, und ich bin auch immer sehr geneigt gewesen das λ-Glied *nicht* anzunehmen. Aber ... die scheinbar abstossende Kraft, die aus meiner Weltauffassung (mit $g_{44} = \cos^2 \frac{r}{R}$) folgt scheint wirklich zu bestehen! Wenn ich in 1917 darüber schrieb, waren nur noch von 3 Spiralnebel Radialgeschwindigkeiten gemessen. Jetzt von 25. Und, mit 3 Ausnahmen, sind die alle *positiv*. Das mittel, wenn man die zwei hellsten, und daher wahrscheinlich nahesten, ausschliesst, ist +631 km/sec. Die grösste beobachtete Geschwindigkeit ist 1200 km/sec. Die Geschwindigkeiten sind *radial*; die Nebel sind ordnungslos über den ganzen Himmel verteilt.

Sie sagen dass die Welt zu inhomogen (optisch trüb) ist um die Gespenster-Sonnen zu einem Fokus kommen zu lassen. Die welt ist aber unglaublich *leer*. Es ist ein *Beobachtungsergebnis*, an dessen Richtigkeit wohl kaum zu zweifeln ist, dass, ausserhalb der Milchstrasse, bis zu einem Abstand von etwa 100 000 Lichtjahren noch *nichts* von Absorption oder Dispersion des Lichts zu spüren ist – also *sicher* weniger als 1/20 –. Es ist natürlich nicht *ausgeschlossen* dass doch auf viel grösseren Strecken (von 100 000 000 Lichtjahren) die Absorption oder Dispersion merklich wird. Aber davon wissen wir vorläufig noch nichts.

Ihr ergebener W. de Sitter

C Zusätzliche Bibliographie de Sitters

Um einen Überblick über die kosmologischen Veröffentlichungen de Sitters zu bekommen, sind hier Veröffentlichungen de Sitters zur Relativitätstheorie und Kosmologie aufgeführt. Die Fehlerfreiheit sowie die Vollständigkeit kann allerdings nicht garantiert werden. Auf die Angabe niederländischer Originale englischer Veröffentlichungen wurde verzichtet. Die Angaben stammen u.a. aus in der Literatur angegebenen Werken (speziell zu erwähnen sind [Kerszberg 1989], [Hins 1934], [CollPap8 1998] und [Ellis 1986]), sowie aus drei Bänden des Poggendorff (biographisch-literarisches Handwörterbuch, Band 5 (1925), Band 6 (1940) und Band 7b (1985)).
Nachtrag: Derzeit wird versucht, eine vollständige und umfassende Bibliographie zu erstellen. Daher wird die folgende Auflistung demnächst aktualisiert werden können. Für diese Arbeit wurde sie allerdings noch in der ursprünglichen Form verwendet.

1911
"On the bearing of the principle of relativity on gravitational astronomy". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **71** (1911), S. 388-415.

1913
„Ein astronomischer Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit". *Physikalische Zeitschrift* **14** (1913), S. 429.

1916
"Space, Time and Gravitation". *Observatory* **39** (1916), S. 412-419.

"On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. First paper". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **76** (1915-16), S. 699-728.

"Planetary motion and the motion of the moon according to Einstein's theory". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **19** (1916-17), S. 367-381.

"On the relativity of rotation in Einstein's theory". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **19** (1916-17), S. 527-532.

"On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Second paper". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **77** (1916-17), S. 155-184.

1917
"On the relativity of inertia. Remarks concerning Einstein's latest hypothesis".

Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam **19** (1916-17), S. 1217-1225.

"On the curvature of space". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **20** (1917-18), S. 229-243.

"On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **78** (1917-18), S. 3-28.

1918
"Further remarks on the solutions of the field equations of Einstein's theory of gravitation". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **20** (1917-18), S. 1309-1312.

1922
"On the possibility of statistical equilibrium of the universe". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **23** (1922), S. 866-888.

1930
"Remarks at RAS meeting". *Observatory* **53** (1930).

"On the distances and radial velocities of extragalactic nebulae and the explanation of the latter by the relativity theory of inertia". *Proceedings of the National Academy of Sciences* **16** (1930), S. 474-488.

"On the magnitudes, diameters and distances of the extragalactic nebulae and their apparent radial velocity". *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands* **5** (1930), S. 157-171.

"The expanding universe: Discussion of Lemaître's solution of the equations of the inertial field". *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands* **5** (1930), S. 211-218.

"Further remarks on astronomical consequences of the theory of the expanding universe". *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands* **5** (1930), S. 274-276.

1931
"The Expanding Universe". *Scientia* **49** (1931), S. 1-10.

„Das sich ausdehnende Universum". *Die Naturwissenschaften* **19** (1931), S. 365-369.

ohne Titel, in: “Contributions to a British Association discussion on the evolution of the universe”. *Nature* (Supplement) **128** (1931), S. 706-709.

“Do the galaxies expand with the universe? – Some further computations regarding non-static universes”. *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands* **6** (1931), S. 146-150.

1932

Kosmos. Cambridge/Mass., Harvard University Press, 1932.

“On the expanding universe”. Reprint in: “Features of the cosmos; which model to choose and how old?”. *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **100 (3-4)** (1997), S. 301-315.

mit Einstein, A.: “On the relation between the expansion and the mean density of the universe”. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **18** (1932), S. 213-215.

“The size of the universe”. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **44** (1932), S. 89-104.

1933

“On the expanding universe and the time scale”. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **93** (1933), S. 628-634.

“The astronomical aspect of the theory of relativity”. in: *University of California publications in mathematics*, Vol. 2, No. 8, S. 143-196, Berkeley, University of California Press, 1933.

“On the motion and the mutual perturbations of material particles in an expanding universe”. *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands* **7** (1933), S. 97-105.

1934

“On distance, magnitude and related quantities in an expanding universe”. *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands* **7** (1934), S. 205-216.

“On the foundations of the theory of relativity, with special reference to the theory of the expanding universe”. *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **37** (1934), S. 597-601.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literatur

[Barbour 1995] BARBOUR, J., PFISTER, H. (HRSG.): *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity.* Einstein Studies, Volume 6, Boston, Birkhäuser, 1995.

[Bergia 1998] BERGIA, SILVIO, MAZZONI, LUCIA: "Genesis and evolution of Weyl's reflections on de Sitter's universe". In: GOENNER, HUBERT (HRSG.): *The Expanding Worlds of General Relativity.* Einstein Studies, Volume 7, Boston, Birkhäuser, 1998, S. 325-342.

[Blaauw 1975] BLAAUW, ADRIAAN: *Willem de Sitter.* In: GILLISPIE, CHARLES C. (HRSG.): *Dictionary of Scientific Biography*, Volume XII, New York, Charles Scribner's Sons, 1975.

[Brockhaus 1987] *Brockhaus-Enzyklopädie.* 19. Auflage, Band 3, Mannheim, F.A. Brockhaus GmbH, 1987.

[Carathéodory 1919] CARATHÉODORY, CONSTANTIN: „Die Bedeutung des Erlanger Programms". *Die Naturwissenschaften* **7** (1919), S. 297-300.

[Cayley 1859] CAYLEY, ARTHUR: "A sixth memoir upon quantics". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **149** (1859).

[CollPap5 1993] KLEIN, MARTIN J. ET AL.: *The collected papers of Albert Einstein.* Volume 5, Princeton, Princeton University Press, 1993.

[CollPap6 1996] KOX, A.J. ET AL.: *The collected papers of Albert Einstein.* Volume 6, Princeton, Princeton University Press, 1996.

[CollPap8 1998] SCHULMANN, ROBERT ET AL.: *The collected papers of Albert Einstein.* Volume 8, Part A+B, Princeton, Princeton University Press, 1998.

[Courant 1925] COURANT, RICHARD: „Felix Klein". *Die Naturwissenschaften* **13** (1925), S. 765-772.

[Coxeter 1943] COXETER, H.S.M.: "A geometrical background for de Sitter's world". *American Mathematical Monthly* **50** (1943), S. 217-228.

[de Sitter 1908] DE SITTER, WILLEM: "The parallaxes of 3650 stars of different galactic latitudes". *Publications of the Astronomical Laboratory at Groningen* **20** (1908).

[de Sitter 1911] DE SITTER, WILLEM: "On the bearing of the principle of relativity on gravitational astronomy". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **71** (1911), S. 388-415.

[de Sitter 1916a] DE SITTER, WILLEM: "On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. First paper". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **76** (1915-16), S. 699-728.

[de Sitter 1916b] DE SITTER, WILLEM: "On the relativity of rotation in Einstein's theory". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **19** (1916-17), S. 527-532.

[de Sitter 1916c] DE SITTER, WILLEM: "On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Second paper". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **77** (1916-17), S. 155-184.

[de Sitter 1917a] DE SITTER, WILLEM: "On the relativity of inertia. Remarks concerning Einstein's latest hypothesis". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **19** (1916-17), S. 1217-1225.

[de Sitter 1917b] DE SITTER, WILLEM: "On the curvature of space". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **20** (1917-18), S. 229-243.

[de Sitter 1917c] DE SITTER, WILLEM: "On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **78** (1917-18), S. 3-28.

[de Sitter 1918] DE SITTER, WILLEM: "Further remarks on the solutions of the field equations of Einstein's theory of gravitation". *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **20** (1917-18), S. 1309-1312.

[de Sitter 1926] DE SITTER, WILLEM: "New mathematical theory of Jupiter's satellites". *Annalen van de sterrewacht te Leiden* **12** (1926).

[de Sitter 1927] de Sitter, Willem: “On the most probable values of some astronomical constants, 1st paper, constants connected with the earth”. *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands* **129** (1927).

[de Sitter 1931] de Sitter, Willem: „Das sich ausdehnende Universum“. *Die Naturwissenschaften* **19** (1931), S. 365-369.

[de Sitter 1931a] de Sitter, Willem: ohne Titel. In: “Contributions to a British Association Discussion on the Evolution of the Universe”. *Nature* (Supplement) **128** (1931), S. 706-709.

[de Sitter 1932a] de Sitter, Willem: *Kosmos*. Cambridge/Mass., Harvard University Press, 1932.

[de Sitter 1932b] de Sitter, Willem: “On the expanding universe”. Reprint in: “Features of the cosmos; which model to choose and how old?”. *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **100 (3-4)** (1997), S. 301-315.

[de Sitter 1998] de Sitter, Wolter Reinold: *Grandfather, a charcoal sketch*. 1998.

[DiSalle 1993] DiSalle, Robert: “Carl Gottfried Neumann”. In: Beller, Mara (Hrsg.): “Einstein in context”. Sonderband in der Reihe *Science in Context* **6** (1993), S. 354-353.

[EarEis 1999] Earman, John and Eisenstaedt, Jean: “Einstein and Singularities”. *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* **30** (1999), S. 185-235.

[EarGly 1980] Earman, John and Glymour, Clark: “The Gravitational Red Shift as a Test of General Relativity: History and Analysis”. *Studies in History and Philosophy of Science* **11** (1980), S. 175-214.

[EarJan 1993] Earman, John and Janssen, Michel: “Einstein’s Explanation of the Motion of Mercury’s Perihelion”. In: Earman, J. Janssen, M., Norton J. (Hrsg.): *The Attraction of Gravitation: New Studies in the History of General Relativity*. Einstein Studies, Volume 5, Boston, Birkhäuser, 1993, S. 129-172.

[Eddington 1925] Eddington, Sir Arthur Stanley: *Relativitätstheorie in mathematischer Abhandlung*. Aus der Reihe: *Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften*, Band XVIII, Berlin, Julius Springer, 1925.

[Eddington 1930] EDDINGTON, SIR ARTHUR STANLEY: "[Remarks at the Meeting of the Royal Astronomical Society]". *Observatory* **53** (1930), S. 39-40.

[Eddington 1930a] EDDINGTON, SIR ARTHUR STANLEY: "Space and its properties". *Nature* **125** (1930), S. 849-850.

[Eddington 1930b] EDDINGTON, SIR ARTHUR STANLEY: "On the instability of Einstein's spherical world". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **90** (1930), S. 668-678.

[Eddington 1934] EDDINGTON, SIR ARTHUR STANLEY: "Obituary". *Nature* **134** (1934), S. 924-925.

[Einstein 1905] EINSTEIN, ALBERT: „Zur Elektrodynamik bewegter Körper". *Annalen der Physik* **17** (1905), S. 891-921.

[Einstein 1913] EINSTEIN, ALBERT, GROSSMANN, MARCEL: „Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation". *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **62** (1914), S. 225-261.

[Einstein 1914] EINSTEIN, ALBERT, FOKKER, ADRIAAN: „Die Nordströmsche Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalküls". *Annalen der Physik* **44** (1914), S. 321-328.

[Einstein 1915] EINSTEIN, ALBERT: „Zur allgemeinen Relativitätstheorie". *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (1915), S. 778-786.

[Einstein 1916] EINSTEIN, ALBERT: „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie". *Annalen der Physik* **49** (1916).

[Einstein 1917] EINSTEIN, ALBERT: „Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie". In: LORENTZ, H.A., EINSTEIN, A., MINKOWSKI, H.: *Das Relativitätsprinzip*, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1982, S. 130-146.

[Einstein 1918] EINSTEIN, ALBERT: „Kritisches zu einer von Hrn. DE SITTER gegebenen Lösung der Gravitationsgleichungen". *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (1918), S. 270-272.

[Einstein 1918a] EINSTEIN, ALBERT: „Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie". *Annalen der Physik* **55** (1918), S. 241-244.

[Einstein 1919] EINSTEIN, ALBERT: „Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle?“. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (1919).

[Einstein 1922] EINSTEIN, ALBERT: „Bemerkung zu der Arbeit von A. Friedmann ‚Über die Krümmung des Raumes‘“. *Zeitschrift für Physik* **11** (1922), S. 326.

[Einstein 1923] EINSTEIN, ALBERT: „Notiz zu der Arbeit von A. Friedmann ‚Über die Krümmung des Raumes‘“. *Zeitschrift für Physik* **12** (1923), S. 228.

[Einstein 1931] EINSTEIN, ALBERT: „Zum kosmologischen Problem der Allgemeinen Relativitätstheorie“. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (1931), S. 235-237.

[Einstein 1953] EINSTEIN, ALBERT: *Mein Weltbild.* Zürich, Europa Verlag, 1953.

[Eisenstaedt 1993] EISENSTAEDT, JEAN: “Lemaître and the Schwarzschild Solution”. In: EARMAN, J. JANSSEN, M., NORTON J. (HRSG.): *The Attraction of Gravitation: New Studies in the History of General Relativity.* Einstein Studies, Volume 5, Boston, Birkhäuser, 1993, S. 353-389.

[Ellis 1986] ELLIS, GEORGE F.R.: “The Expanding Universe: A History of Cosmology from 1917-1960”. In: HOWARD, D., STACHEL, J. (HRSG.): *Einstein and the history of general relativity*, Einstein Studies, Volume 1, Boston, Birkhäuser, 1989, S. 367-431.

[Fölsing 1995] FÖLSING, ALBRECHT: *Albert Einstein.* Frankfurt/Main, Suhrkamp, 1995.

[Friedmann 1922] FRIEDMANN, ALEXANDER: „Über die Krümmung des Raumes“. *Zeitschrift für Physik* **10** (1922), S. 377-386.

[Goenner 1994] GOENNER, HUBERT: *Einführung in die Kosmologie.* Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag, 1994.

[Goenner 2001] GOENNER, HUBERT: “Weyl’s Contributions to Cosmology”. In: SCHOLZ, ERHARD (HRSG): *Hermann Weyls Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to his Scientific Work.* (DMV Seminar, 30.) Basel/Boston, Birkhäuser, 2001, S. 105-137.

[Harrison 1990] HARRISON, EDWARD R.: *Kosmologie*. 3. Auflage, Darmstadt, Verlag Darmstädter Blätter, 1990.

[Herrmann 1998] HERRMANN, JOACHIM: *dtv-Atlas Astronomie*. 13. Auflage, München, Deutscher Taschenbuch Verlag, 1998.

[Hins 1934] HINS, C.H.: „In memoriam“. *Hemel en Dampkring* **33** (1935), S. 3-18.

[Hubble 1929] HUBBLE, EDWIN P.: “A Relation between Distance and Radial Velocity among Extragalactic Nebulae”. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **15** (1929), S. 169-173.

[Kahn 1975] KAHN, FRANZ, KAHN, CARLA: „De ontdekking van het heelal“. *natuur en techniek* **43/5** (1975), S. 274-287.

[Kahn 1975a] KAHN, FRANZ, KAHN, CARLA: “Letters from Einstein to de Sitter on the nature of the universe”. *Nature* **257** (1975), S. 451-454. (Übersetzung von [Kahn 1975])

[Katz 1993] KATZ, VICTOR J.: *A history of mathematics*. New York, HarperCollins College Publishers, 1993.

[Kerszberg 1986] KERSZBERG, PIERRE: “The Einstein–de Sitter Controversy of 1916-17 and the Rise of Relativistic Cosmology”. In: HOWARD, D., STACHEL, J. (HRSG.): *Einstein and the history of general relativity*. Einstein Studies, Volume 1, Boston, Birkhäuser, 1989, S. 325-366.

[Kerszberg 1989] KERSZBERG, PIERRE: *The invented universe: The Einstein-de Sitter controversy (1916-17) and the rise of relativistic cosmology*. Oxford, Clarendon Press, 1989.

[Klein 1872] KLEIN, FELIX: „Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen“. In: *Ostwalds Klassiker der exakten Naturwissenschaften*, Band 253, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1974, S. 29-84.

[Klein 1918a] KLEIN, FELIX: „Über die Integralform der Erhaltungssätze und die Theorie der räumlich-geschlossenen Welt“. *Göttinger Nachrichten*, 1918, S. 394-423.

[Klein 1918b] KLEIN, FELIX: „Bemerkungen über die Beziehungen des de Sitter’schen Koordinatensystems B zu der allgemeinen Welt konstanter Krümmung“. *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **21** (1918), S. 614-615.

[Klein 1925] KLEIN, FELIX: *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus.* Zweiter Band: Geometrie, Berlin, Springer, 1925.

[Klein 1928] KLEIN, FELIX: *Vorlesungen über nicht-euklidische Geometrie.* Berlin, Springer, 1928.

[Kox 1992] KOX, A.J.: "General Relativity in the Netherlands, 1915-1920". In: EISENSTAEDT, JEAN, KOX, A.J.: *Studies in the history of General Relativity.* Einstein studies, Volume 3, Boston, Birkhäuser, 1992, S. 39-56.

[Kuhn 1985] KUHN, THOMAS S.: *The copernican revolution. Planetary astronomy in the development of western thought.* Cambridge/Mass., Harvard University Press, 1985.

[Lachièze-Rey 1995] LACHIÈZE-REY, MARC: *Cosmology: a first course.* Cambridge, Cambridge University Press, 1995.

[Laguerre 1853] LAGUERRE, EDMOND: „Note sur la théorie des foyer". *Nouvelles Annales de Mathematique*, T.12, S.64.

[Lanczos 1922] LANCZOS, CORNELIUS: „Bemerkung zur de Sitterschen Welt". *Physikalische Zeitschrift* **23** (1922), S. 539-543.

[Laue 1921] LAUE, MAX VON: *Die Relativitätstheorie.* Erster Band: Das Relativitätsprinzip der Lorentztransformationen, Braunschweig, Vieweg, 1921.

[Laue 1923] LAUE, MAX VON: *Die Relativitätstheorie.* Zweiter Band: Die allgemeine Relativitätstheorie und Einsteins Lehre von der Schwerkraft, Braunschweig, Vieweg, 1923.

[Laue und Sen 1924] LAUE, MAX V., SEN, NIKHILRANJAN: „Die de Sittersche Welt". *Annalen der Physik* **74** (1924), S. 252-254.

[Lemaître 1927] LEMAÎTRE, GEORGE: „Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant". *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* **47(A)** (1927), S. 49-59.

[Lemaître 1931] LEMAÎTRE, GEORGE: "A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extragalactic nebulae". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **91** (1931), S. 483-490.

[Liebscher 1999] LIEBSCHER, DIERCK-E.: *Einsteins Relativitätstheorie und die Geometrien der Ebene*. Stuttgart, B.G. Teubner, 1999.

[Mach 1921] MACH, ERNST: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Historisch-kritisch dargestellt*. 8. Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1921.

[McCrea 1971] MCCREA, W.H.: "The cosmical constant". *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society* **12** (1971), S. 140-153.

[Neumann 1870] NEUMANN, CARL: "The principles of Galilean-Newtonian Theory". In: BELLER, MARA (HRSG.): "Einstein in context". Sonderband in der Reihe *Science in Context* **6** (1993), S. 355-368.

[North 1965] NORTH, JOHN: *The measure of the universe*. New York, Dover Publications, 1990.

[North 1997] NORTH, JOHN: *Viewegs Geschichte der Astronomie und Kosmologie*. Braunschweig, Vieweg, 1997.

[Overbye 1998] OVERBYE, DENNIS: "A famous Einstein 'fudge' returns to haunt cosmology". *New York Times*, 27.5.1998.

[Pais 1986] PAIS, ABRAHAM: *„Raffiniert ist der Herrgott …": Albert Einstein; eine wissenschaftliche Biographie*. Braunschweig, Vieweg, 1986.

[Riemann 1854] RIEMANN, BERNHARD: „Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen". In: NARASIMHAN, R. (HRSG.): *Riemann, Bernhard: Gesammelte Werke, wissenschaftlicher Nachlaß und Nachträge*. Berlin, Springer, 1990.

[Rindler 1956] RINDLER, W.: "Visual horizons in world-models". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **116** (1956), S. 662-677.

[Robertson 1928] ROBERTSON, HOWARD P.: "On Relativistic Cosmology". *Philosophical Magazine* **5** (1928), S. 835-848.

[Robertson 1929] ROBERTSON, HOWARD P.: "On the Foundations of Relativistic Cosmology". *Proceedings of the National Academy of Sciences* **15** (1929), S. 822-829.

[Robertson 1933] ROBERTSON, HOWARD P.: "Relativistic Cosmology". *Reviews of modern Physics* **5** (1933), S. 62-90.

[Rowe 1983] ROWE, DAVID E.: "A forgotten chapter in the history of Felix Klein's *Erlanger Programm*". *Historia Mathematica* **10** (1983), S. 448-454.

[Rowe 1999] ROWE, DAVID E.: "Three Essays on 19th-Century Geometry". Preprint-Reihe des Fachbereichs Mathematik, Nr. 2 vom 4.3.99, Mainz, Universität Mainz.

[Schoenflies 1919] SCHOENFLIES, ARTHUR: „Klein und die nichteuklidische Geometrie". *Die Naturwissenschaften* **7** (1919), S. 288-297.

[Scholz 2001] SCHOLZ, ERHARD (HRSG): *Hermann Weyls Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to his Scientific Work.* (DMV Seminar, 30.) Basel/Boston, Birkhäuser, 2001.

[Schrödinger 1956] SCHRÖDINGER, ERWIN: *Expanding Universes.* Cambridge, Cambridge University Press, 1956.

[Schwarzschild 1900] SCHWARZSCHILD, KARL: „Ueber das zulässige Krümmungsmaass des Raumes". *Vierteljahresschrift der Astronomischen Gesellschaft* **35** (1900), S. 337-347.

[Schwarzschild 1916a] SCHWARZSCHILD, KARL: „Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (1916), S. 189-196.

[Schwarzschild 1916b] SCHWARZSCHILD, KARL: „Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie". *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (1916), S. 424-434.

[Sexl 1995] SEXL, ROMAN U., URBANTKE, HELMUTH K.: *Gravitation und Kosmologie.* 4. überarbeitete Auflage, Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag, 1995.

[Silberstein 1924] SILBERSTEIN, LUDWIK: "Determination of the Curvature Invariant of Space-Time". *Philosophical Magazine* **47** (1924), S. 907-918.

[Staudt 1847] STAUDT, KARL CHRISTIAN VON: *Geometrie der Lage.* Nürnberg, Verlag von Bauer und Raspe, 1847.

[Struik 1987] STRUIK, DIRK J.: *A concise history of mathematics.* 4. überarbeitete Auflage, New York, Dover Publications, 1987.

[Tolman 1934] TOLMAN, RICHARD C.: *Relativity Thermodynamics and Cosmology.* Oxford, Clarendon Press, 1934.

[Torretti 1978] TORRETTI, ROBERTO: *Philosophy of geometry from Riemann to Poincaré.* Dordrecht, D. Reidel, 1978.

[Torretti 1996] TORRETTI, ROBERTO: *Relativity and geometry.* New York, Dover, 1996.

[du Val 1924] DU VAL, PATRICK: "Geometrical Note on de Sitter's World". *Philosophical Magazine* **47** (1924), S. 930-938.

[Weyl 1918] WEYL, HERMANN: *Raum–Zeit–Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie.* 1. Auflage, Berlin, Springer, 1918.

[Weyl 1921] WEYL, HERMANN: *Raum–Zeit–Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie.* 4. Auflage, Berlin, Springer, 1921.

[Weyl 1923] WEYL, HERMANN: *Raum–Zeit–Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie.* 5. Auflage, Berlin, Springer, 1923.

[Weyl 1923b] WEYL, HERMANN: „Entgegnungen auf die Bemerkungen von Herrn Lanczos über die de Sittersche Welt". *Physikalische Zeitschrift* **24** (1923), S. 130-131.

[Wußing 1974] WUSSING, HANS: „Zur Entstehungsgeschichte des Erlanger Programms". In: *Ostwalds Klassiker der exakten Naturwissenschaften.* Band 253, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1974, S. 12-28.

[Wußing 1979] WUSSING, HANS: *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik.* Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1974.

[Yaglom 1979] YAGLOM, ISAAK M.: *A simple non-euclidean geometry and its physical basis.* New York, Springer, 1979.

Personenverzeichnis

Z